



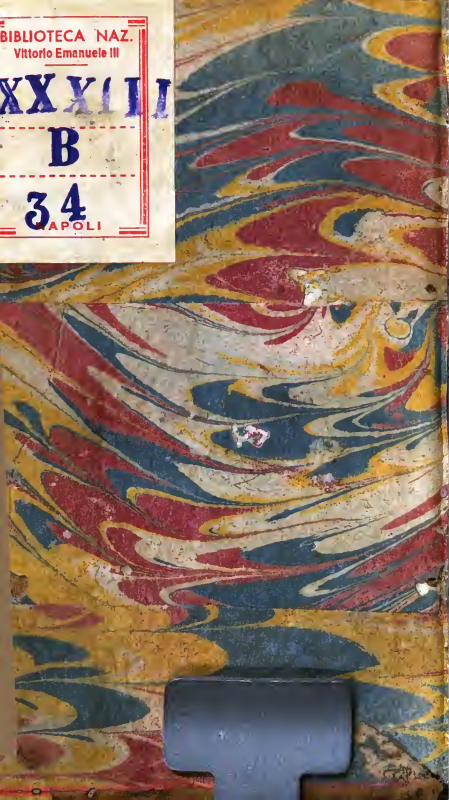
BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III

XXIII

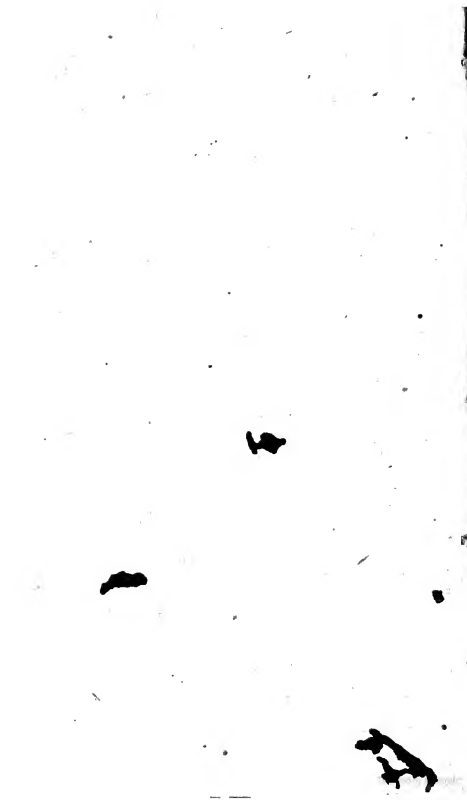
B

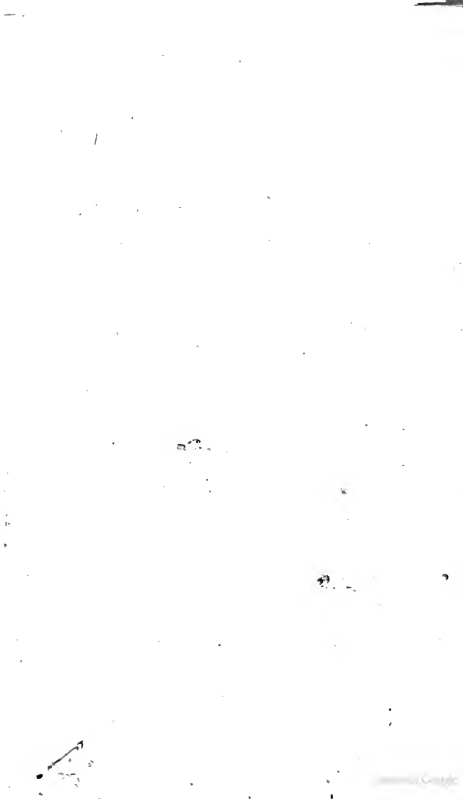
34

NAPOLI









XXXIII

B

34

L'USAGE
DU
COMPAS
DE
PROPORTION,

Expliqué & démontré d'une manière
courte & facile, & augmenté d'un Traité
de la division des Champs.

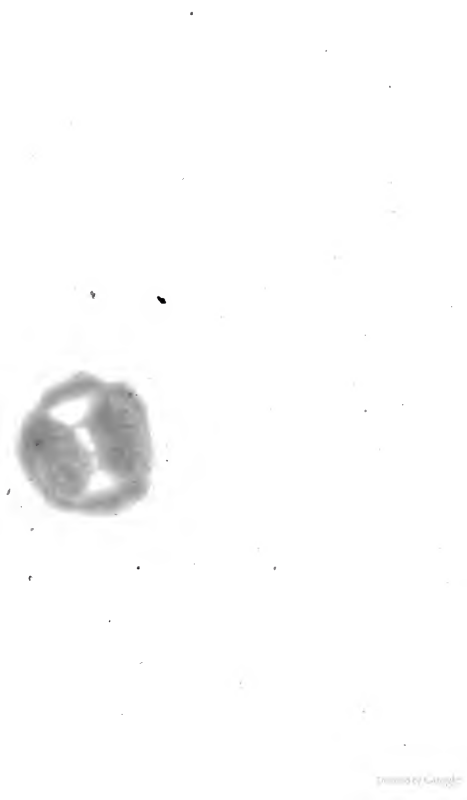
PAR Mr. OZANAM,
Professeur en Mathématique.



Suivant la Copie imprimée à Paris.

A LA HAYE,
Chez HENRY VAN BULDEREN, Marchand
Libraire, dans le Pooten, à l'Enseigne
de MEZERAY.

M. D C. X C I.





A U
L E C T E U R.



*ES Usages du Compas
de Proportion étant
dans un très-grand
nombre, je me suis
proposé de vous donner
seulement icy, Mon cher Lecteur,
ceux qui m'ont semblé les plus utiles
& les plus generaux, afin que par
leur moyen vous puissiez facilement
trouver les autres de vous-même,
surtout quand vous aurez bien com-
pris les demonstrations de ceux que
je prétens enseigner icy le plus briè-
vement qu'il me sera possible. Ainsi
je me suis contenté de mettre seule-
ment dans cet Instrument, d'un
côté la Ligne des Parties égales,*

AU LECTEUR.

pour pouvoir diviser une Ligne droite selon une raison donnée : La Ligne des Plans , pour pouvoir augmenter & diminuer un Plan selon une raison donnée : & la Ligne des Polygones , pour pouvoir inscrire dans un Cercle un Polygone regulier ; & de l'autre côté , la Ligne des Cordes , pour la mesure des Angles , & la Ligne des Solides , pour pouvoir augmenter & diminuer un Solide selon une raison donnée.



DE
L' U S A G E
DU
COMPAS
DE PROPORTION.

LE Compas de Proportion est un Instrument de Mathématique, dont on peut se servir très-commodément pour résoudre promptement & facilement les Problemes les plus utiles & les plus nécessaires dans toutes les parties de Mathématique, & principalement dans la Geometrie pratique, tant sur le papier que sur le terrain.

Bien que la construction de cét Instru-
A 3 ment

6 CONSTRUCTION DU COMPAS

ment ne soit pas inconnuë aux Ouvriers, qui travaillent aux Instrumens de Mathématique ; néanmoins je ne laisseray pas de l'enseigner icy brièvement pour les Lignes que nous nous sommes proposées d'y mettre, sçavoir pour les Lignes *des Parties égales, des Plans, des Polygones, des Cordes, & des Solides*, étant facile à leur imitation d'y ajoûter les autres lignes, dont on peut avoir besoin dans la pratique, comme *la Ligne des Tangentes*, pour la description des Cadrans Solaires, *la Ligne des Metaux*, &c.

Construction du Compas de Proportion.

Ayant déterminé la longueur du Compas de proportion, que vous voulez construire, comme de six pouces, ce qui est le plus ordinaire, & la largeur, comme de six lignes, preparez deux Regles de leton ; ou de quelqu'autre matiere solide, ayant cette même longueur & cette même largeur, pour les jambes de vôtre Compas, lesquelles doivent être mobiles à l'entour de leurs extremitéz, que l'on doit pour cette fin joindre ensemble par le moyen d'une charniere, enfor-



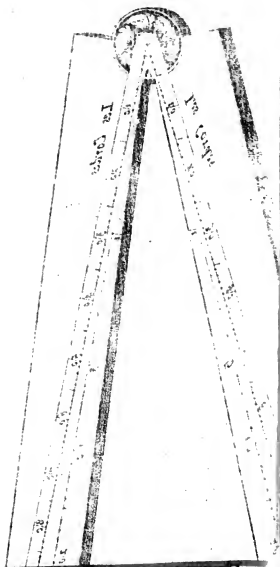
Il est composé de quatre parties

Il est composé de quatre parties dont chacune vaudra 100.

Divisez encore chacune de ces deux parties

A 4

ties



jointes à l'encour...
 ne l'on doit pour cette fin joindre en-
 semble par le moyen d'une charnière,
 enfor-

DE PROPORTION. 7

enforte que le Compas de proportion se puisse fermer & ouvrir comme l'on voudra par un mouvement , qui soit autant égal & uniforme qu'il sera possible , pour s'en pouvoir servir plus commodément.

Le centre de cette charniere sera pris pour le centre du Compas de proportion , comme A , duquel on doit tirer dessus chaque jambe de côté & d'autre toutes les lignes qu'on veut ajoûter au Compas de proportion , pour son usage , & premierement *la Ligne des Parties égales* , ainsi appellée , parce qu'elle est divisée en un certain nombre de parties égales , tel que l'on veut , & le plus grand sera le meilleur , afin que l'usage en soit plus universel. Ce nombre est ordinairement 200 , dans une longueur de six pouces , & bien que la division de cette ligne en 200 parties égales soit facile , néanmoins pour ne rien laisser à deviner , je diray icy en peu de mots la maniere de faire cette division.

La longueur de vôtre Ligne étant de- *Parties*
terminée sur chaque jambe , divisez-la *égales.*
depuis le centre du Compas de proportion jusqu'à son extremité , en deux parties égales , dont chacune vaudra 100. Divisez encore chacune de ces deux par-

8 CONSTRUCTION DU COMPAS

ties égales en deux autres parties égales, dont chacune vaudra 50. Divisez ensuite chacune de ces parties égales en deux autres parties égales, & chacune de ces nouvelles parties égales en cinq parties égales, & enfin chacune de ces dernières parties égales encore en cinq parties égales, & la Ligne proposée se trouvera divisée en ses 200 parties égales, que vous séparerez de cinq en cinq par de petites lignes, auxquelles vous ajouterez des chiffres de 10, en 10, seulement, en les comptant depuis le centre A, jusqu'à l'autre extrémité, où le nombre 200 se trouvera.

Plans. Proche la Ligne des parties égales, on pourra ajouter sur la même surface du Compas de proportion la *Ligne des Plans*, ainsi appelée, parce qu'elle comprend depuis le centre A, les côtes homologues d'un certain nombre de Plans semblables multiples du premier & plus petit par les nombres naturels 2, 3, 4, &c. Ce nombre est ordinairement 64, dans une longueur de six pouces, telle que nous l'avons icy supposée; si bien que l'extrémité de cette ligne représente le côté du 64^e Plan, c'est-à-dire d'un Plan 64 fois plus grand qu'un autre Plan semblable, dont le côté homologue est égal à la

à la 8^e partie de toute la ligne des Plans, parce que la Racine quarrée de 64 est 8; & c'est pour cela qu'on a choisi ce nombre quarré 64, afin que sa Racine quarrée 8 étant exacte, on ait aussi exactement le côté homologue du premier & du plus petit Plan semblable, parce que ce côté est égal à la 8^e partie du côté homologue du 64^e Plan, puisque la Racine quarrée de 64 est 8, & que les Plans semblables sont entr'eux comme les quarez de leurs côtez homologues, par 20.6.

Pour trouver le côté homologue de ce premier & plus petit Plan, & par son moyen les côtez homologues de tous les autres Plans semblables, doubles, triples, quadruples, & ainsi ensuite jusqu'au 64^e, & plus grand Plan, divisez à part le côté de ce plus grand Plan, ou la ligne des Plans en un certain nombre de parties égales, qui soit divisible par la Racine quarrée 8 du plus grand Plan 64, & le nombre le plus grand sera le meilleur, comme en 1000 parties égales, ce qui sera facile dans une longueur de six pouces; & divisez ce nombre 1000, par la même Racine quarrée 8 du plus grand Plan 64, & le quotient donnera exactement 125 parties pour la quantité du cô-

A 5 té

10 CONSTRUCTION DU COMPAS
 té du premier Plan. C'est pourquoy si
 l'on porte 125 parties sur la ligne des
 Plans depuis le centre A, on aura un
 point qui terminera la longueur du côté
 homologue du premier Plan, par le
 moyen duquel on trouvera aisément les
 longueurs des côtez homologues des au-
 tres Plans semblables multiples; comme
 si on veut trouver le côté homologue
 d'un Plan double, on multipliera par 2,
 le carré 15625, du nombre 125, des
 parties du côté du premier Plan, & on
 prendra la Racine quarrée du produit
 31250, laquelle donnera environ 177
 parties pour le côté homologue du Plan
 double: C'est pourquoy si on porte 177
 parties sur la Ligne des Plans, depuis le
 centre A, on aura un second point, qui
 terminera la longueur du côté du second
 Plan: ainsi des autres.

C'est de cette maniere que nous avons
 supputé la Table suivante, qui montre
 le nombre des parties des côtez homolo-
 gues de tous les Plans semblables, dou-
 bles, triples, quadruples, &c. à l'égard
 du plus petit côté de 125, ou du plus
 grand de 1000 parties.

Cette

1	125	17	515	33	718	49	875
2	177	18	530	34	729	50	884
3	216	19	545	35	739	51	892
4	250	20	559	36	750	52	901
5	279	21	573	37	760	53	910
6	306	22	586	38	770	54	918
7	330	23	599	39	780	55	927
8	353	24	612	40	790	56	935
9	375	25	625	41	800	57	944
10	395	26	637	42	810	58	952
11	414	27	650	43	819	59	960
12	433	28	661	44	829	60	968
13	450	29	673	45	839	61	976
14	467	30	684	46	848	62	984
15	484	31	696	47	857	63	992
16	500	32	707	48	866	64	1000

Cette Table se peut supputer par une autre maniere, qui est plus facile que la precedente, parce qu'elle peut servir de la même façon pour un autre nombre du plus grand Plan que 64, lors que ce nombre ne sera pas quarré, & qu'il ne divisera pas exactement le quarré du nombre des parties du côté du même plus grand Plan; ce qui empêchera le côté du premier Plan d'être exact, & de pouvoir s'en servir pour trouver commodément

A. 6

les

12. CONSTRUCTION DU COMPAS

les côtez homologues des Plans semblables multiples. Dans ce cas on pourra trouver ces côtez plus facilement en cette sorte.

Faites une Regle de trois directe, dont le premier terme soit le plus grand Plan, comme icy 64, le second soit le Plan semblable, dont on cherche le côté homologue, comme par exemple 5, pour un Plan quintuple du plus petit, & le troisième soit le quarré du nombre des parties du côté du plus grand Plan, comme icy 1000000, & la Racine quarrée du quatrième terme 78155, donnera environ 279 parties pour le côté homologue du Plan quintuple, comme il est évident par 20. 6. Ainsi des autres.

Polygones.

Enfin proche la Ligne des Plans, on pourra ajoûter la *Ligne des Polygones*, ainsi appelée, parce qu'elle comprend depuis le centre A, les côtez d'un certain nombre de Polygones reguliers inscrits dans un même cercle, le *Quarré* y étant compris, & non le *Triangle*, pour n'être pas d'un grand usage. Ce nombre est ordinairement 8, en commençant depuis le *Quarré* jusqu'au *Dodecagone*, les autres Polygones n'étant pas d'un si grand usage, parce que les Polygones reguliers

ne

ne servent ordinairement que pour la fortification des Places regulieres, & qu'il se trouve rarement une Place reguliere de plus de douze Bastions.

Puisque les côtez des Polygones reguliers inscrits dans un même cercle diminuent à mesure qu'ils ont plus de côtez, il s'ensuit que le côté du Quarré est le plus grand de tous, & que par consequent on le doit faire égal à la longueur de la ligne des Polygones, que nous avons supposée de six pouces, en la prenant depuis le centre A.

Ayant ainsi determiné la longueur du côté du Quarré, on le divisera en tel nombre de parties égales que l'on voudra, & le plus grand sera le meilleur, comme en 1000, pour trouver dans ces parties la valeur des côtez des autres Polygones, & premierement le côté de l'*Exagone*, ou le Rayon du cercle commun à tous ces Polygones, ce qui sera facile; parce que ce Rayon est le côté d'un triangle isoscele rectangle, dont l'hypotenuse est égale au côté du Quarré. C'est pourquoy si on multiplie ce côté que nous avons supposé de 1000 parties, par luy même, on aura 1000000 pour son quarré, dont la moitié 500000 sera par consequent le quarré du Rayon, par 47. 1.

A 7

C'est

14 CONSTRUCTION DU COMPAS

C'est pourquoy si on prend la Racine quarrée de cette moitié 500000, on aura 707 parties pour le Rayon, ou pour le côté de l'Exagone, que l'on pourra aussi trouver par cette analogie:

Comme le Sinus Total - - - - 100000

Au côté du Quarré - - - - 1000

Ainsi le Sinus de 45 degrez - - - 70710

Au côté de l'Exagone - - - - 707

Par le moyen du côté de l'Exagone ainsi trouvé on trouvera les côtez de tel autre Polygone qu'on voudra, par cette analogie:

Comme le Sinus Total,

Au double du côté de l'Exagone;

Ainsi le Sinus de la moitié de l'angle du centre du Polygone,

Au côté du Polygone qu'on cherche.

C'est de cette maniere que nous avons construit la Table suivante, qui montre la quantité des côtez des Polygones réguliers depuis le *Quarré* jusqu'au *Dodecagone*; & il sera facile de la prolonger autant que l'on voudra, pour les Polygones de plus de côtez, & par son moyen de marquer les côtez sur la ligne des Polygones, en portant les parties qu'ils contiennent depuis le centre A sur la même ligne des Polygones. Cela est trop clair, sans

DE PROPORTION. 15

fans qu'il soit besoin d'en donner un exemple particulier, & c'est pour cela aussi que nous ne nous sommes pas arrêté à donner la démonstration des deux analogies precedentes.

<i>Polygones</i>		<i>coftez</i>
<i>Quarré</i>		1000
<i>Pentagone</i>		831
<i>Exagone</i>		707
<i>Eptagone</i>		613
<i>Octogone</i>		540
<i>Enneagone</i>		484
<i>Decagone</i>		437
<i>Endecagone</i>		398
<i>Dodecagone</i>		366

Il ne reste plus qu'à vous enseigner la maniere de mettre de l'autre côté, c'est à dire sur l'autre surface de chaque jambe du Compas de Proportion, les lignes des Cordes & des Solides, & premierement la ligne des Cordes en cette sorte.

Ayant

16 CONSTRUCTION DU COMPAS

Cordes.

Ayant tiré du centre A, sur chaque jambe du Compas de proportion, la ligne des Cordes, ainsi appelée, parce qu'elle comprend les cordes de tous les degrez du demi cercle, qui a pour Diametre la longueur de cette ligne, laquelle doit être égale de côté & d'autre; portez les cordes de tous les degrez de ce demi cercle divisé exactement en ses 180 degrez, en les prenant depuis l'une des deux extremités du Diametre, depuis le centre A, sur chaque ligne des Cordes, & y marquez autant de points, qui représenteront les degrez du demi cercle: Separez ces points ou degrez de cinq en cinq par de petites lignes, pour les pouvoir conter plus facilement, & y ajoûtez les chiffres de 10 en 10, en commençant à conter depuis le centre A, jusqu'à l'extremité du Compas de proportion, où le 180^e degre se trouvera.

On pourroit aussi marquer les degrez sur cette ligne des Cordes, par le moyen d'une Table qui supposeroit la longueur de la ligne des Cordes divisée en 1000 parties égales; mais comme cette maniere ne me semble pas si simple, ni si exacte que la precedente, je n'en parleray pas davantage.

Proche

Proche la ligne des Cordes, on pourra *Solides*, mettre *la ligne des Solides*, ainsi appelée, parce qu'elle comprend les côtez homologues d'un certain nombre de Solides semblables multiples du premier & plus petit, par les nombres naturels 2, 3, 4, &c. Ce nombre est ordinairement 64, dans une longueur de six pouces, telle que nous l'avons icy supposée, si bien que l'extrémité de cette ligne représente le côté du 64 Solide, c'est-à-dire d'un Solide 64 fois plus grand qu'un autre Solide semblable, dont le côté homologue est égal à la 4^e partie de toute la ligne des Solides, parce que la Racine cubique de 64, est 4; & c'est pour cela que l'on a choisi ce nombre cubique 64, afin que la Racine cubique 4, étant exacte, on ait aussi exactement le côté homologue du premier & plus petit Solide semblable, parce que ce côté est égal à la 4^e partie du côté homologue du 64^e Solide, puisque la Racine cubique de 64 est 4, & que les Solides semblables sont comme les cubes de leurs côtez homologues, par 33. 11.

Pour trouver le côté homologue de ce premier & plus petit Solide, & par son moyen les côtez homologues de tous
les

18 CONSTRUCTION DU COMPAS

les autres Solides semblables, doubles, triples, quadruples, & ainsi en suite jusques au 64^e & plus grand Solide; divisez à part le côté de ce plus grand Solide, ou la ligne des Solides, en un certain nombre de parties égales, qui soit divisible par la Racine cubique 4, du plus grand Solide 64, & le nombre le plus grand sera le meilleur, comme en 1000 parties égales; & divisez ce nombre 1000, par la même Racine cubique 4, du plus grand Solide 64, & le quotient donnera exactement 250 parties pour la quantité du côté du premier Solide. C'est pourquoy si l'on porte 250 parties sur la ligne de Solides depuis le centre A, on aura un point, qui terminera la longueur du côté homologue du premier Solide, par le moyen duquel on trouvera aisément les longueurs des côtez homologues des autres Solides semblables multiples; comme si on veut trouver le côté homologue d'un Solide double, on multipliera par 2 le cube 15625000 du nombre 250 des parties du côté du premier Solide, & on prendra la Racine cubique du produit 31250000, laquelle donnera environ 315 parties pour le côté homologue du Solide double. C'est pourquoy si on porte

te

DE PROPORTION. 19

te 315 parties sur la ligne des Solides depuis le centre A, on aura un second point, qui terminera le côté du second Solide. Ainsi des autres.

C'est de cette maniere qu'on a supputé la Table suivante, qui montre le nombre des parties des côtez homologues de tous les Solides semblables, doubles, triples, quadruples, &c. à l'égard du plus petit côté de 125 ou du plus grand de 1000 parties.

1	250	17	643	33	802	49	914
2	315	18	655	34	810	50	921
3	360	19	667	35	818	51	927
4	397	20	678	36	825	52	933
5	427	21	689	37	833	53	939
6	454	22	700	38	840	54	945
7	478	23	711	39	848	55	951
8	500	24	721	40	855	56	956
9	520	25	731	41	862	57	962
10	538	26	740	42	869	58	967
11	556	27	750	43	876	59	973
12	572	28	759	44	882	60	978
13	588	29	768	45	889	61	984
14	602	30	777	46	896	62	989
15	616	31	785	47	902	63	995
16	630	32	794	48	908	64	1000

Cette

20 CONSTRUCTION DU COMPAS

Cette Table se peut supputer par une autre maniere, qui est plus facile que la precedente, parce qu'elle peut servir de la même façon pour un autre nombre du plus grand Solide que 64, lors que ce nombre ne sera pas cubique, & qu'il ne divisera pas exactement le cube du nombre des parties du côté du même plus grand Solide; ce qui empêchera le côté du premier Solide d'être exact, & de pouvoir s'en servir pour trouver commodement les côtez homologues des Solides semblables multiples. Dans ce cas on pourra trouver ces côtez plus facilement en cette sorte.

Faites une Regle de trois directe, dont le premier terme soit le plus grand Solide, comme icy 64, le second soit le Solide semblable, dont on cherche le côté homologue, comme par exemple 5, pour un Solide quintuple du plus petit, & le troisieme soit le cube du nombre des parties du côté du plus grand Solide, comme icy 1000000000, & la Racine cubique du quatrieme terme 78125000, donnera environ 427 parties pour le côté homologue du Solide quintuple, comme il est évident par 33. 11. Ainsi des autres.

USA-

USAGE DE LA LIGNE

DES

PARTIES ÉGALES.

LA ligne des Parties égales sert pour diviser une ligne droite d'une grandeur donnée en parties égales, pour luy ajouter ou pour en retrancher telle partie que l'on voudra; pour tracer un Plan sur le papier; pour servir d'Echelle à ce Plan, & y connoître la mesure de toutes ses parties par rapport à une Ligne connuë: ce qui est d'une très-grande utilité dans la Fortification, où l'on peut connoître sans Trigonometrie, & sans aucune Echelle particuliere, la quantité d'une Courtine, d'une Face, d'un Flanc, &c. le côté interieur du Polygone, ou bien la Ligne de defense étant supposée d'une grandeur connuë, laquelle est d'environ 120 toises dans un Fort Royal.

P R O.

PROBLEME I.

*Diviser une ligne donnée en autant
de parties égales que l'on
voudra.*

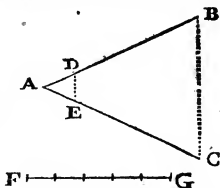
POur diviser une Ligne donnée en un nombre donné de parties égales, il en faut porter la longueur sur la ligne des parties égales du Compas de proportion, à un nombre de part & d'autre, qui soit divisible par le nombre donné, en sorte que le Compas de proportion soit ouvert d'une telle maniere, que la distance de ce nombre dans chaque Ligne des parties égales, soit égale à la ligne donnée. Après quoy, le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, on prendra avec le compas commun de côté & d'autre sur la même Ligne des parties égales, la distance du nombre qui viendra en divisant par le nombre donné, le nombre auquel on a appliqué la longueur de la ligne donnée sur les parties égales; & cette distance divisera la Ligne donnée en autant de parties égales qu'il a été proposé.

EXEM-

E X E M P L E.

Qu'il faille diviser par exemple en cinq parties égales la Ligne donnée FG. Supposons

que les deux Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des parties égales du Compas



de Proportion, en sorte que A soit le centre, & les extremittez B, C, les points 200. Parce que ce nombre 200 est divisible par 5, il pourra servir pour la division de la Ligne proposée FG, en cinq parties égales; sçavoir en ouvrant le Compas de proportion, en sorte que la distance BC, de 200 à 200, soit égale à la Ligne proposée FG; & en prenant la distance DE de 40 à 40, qui est la cinquième partie de 200, car je suppose que la marque 40 est en D & en E: & cette ouverture DE, divisera la ligne proposée FG, en cinq parties égales, comme

24 USAGE DE LA LIGNE

me il étoit proposé; c'est à dire que la Ligne DE, sera la cinquième partie de la Ligne donnée FG, ou de son égale BC.

DEMONSTRATION.

Car à cause que les deux triangles isocèles ABC, ADE, sont semblables, par 6. 6. on connoît par 4. 6. que les quatre Lignes AD, AB, DE, BC, sont proportionnelles. D'où il suit que comme AD est la cinquième partie de AB, parce que AD est de 40 parties, & AB de 200, aussi la Ligne DE est la cinquième partie de la Ligne BC, ou FG, son égale. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Au lieu d'appliquer la longueur de la Ligne donnée FG, de 200 à 200, on l'auroit pû appliquer de 100 à 100, qui est un nombre divisible par 5, & alors on auroit pris la distance de 20 à 20, qui est la cinquième partie de 100, pour avoir aussi la cinquième partie de la Ligne proposée FG; mais il auroit falu ouvrir davantage le Compas de proportion, ce qui est moins commode dans la pratique,

DES PARTIES EGALES. 25

tique, & c'est pour cela que nous nous sommes servi du nombre 200, lequel étant plus éloigné du centre A, ne demande pas une si grande ouverture du Compas de proportion.

Si on ne peut pas appliquer sur la Ligne des parties égales la longueur de la Ligne donnée FG, pour être trop grande, on en appliquera seulement la moitié, ou le tiers, pour en trouver la cinquième partie, comme il a été enseigné; & le double ou le triple de cette partie sera la cinquième partie de toute la Ligne proposée FG. Il peut arriver d'autres cas, lesquels n'étant pas de grande conséquence, ne méritent pas que nous en parlions icy davantage.

PROBLEME II.

*Couper une Ligne donnée selon une
raison donnée.*

Appliquez la Ligne donnée sur la Ligne des Parties égales de part & d'autre, en sorte que le Compas de proportion soit tellement ouvert, que la distance du nombre égal à la somme des
B deux

26 USAGE DE LA LIGNE

deux termes de la raison donnée, pris de côté & d'autre sur la Ligne des Parties égales, soit égale à la Ligne donnée; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez avec le compas commun sur chaque Ligne des Parties égales, la distance du nombre égal à l'un des deux termes de la raison donnée, pour la porter ensuite sur la Ligne proposée depuis l'une de ses deux extremitez, & cette Ligne se trouvera coupée selon la raison donnée.

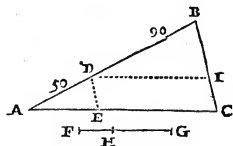
E X E M P L E.

Qu'il faille diviser la Ligne donnée FG, en deux parties, dont la raison soit égale à celle des deux nombres donnez 50, 90. Supposons que les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des parties égales du Compas de proportion, que le centre soit A, que les deux points B, C, également éloignez du centre A, soient les points marquez 140, qui est la somme des deux termes 50, 90, de la raison donnée; & que les deux points D, E, aussi également éloignez du centre A, soient les points marquez 50, qui est l'un des deux nombres de la raison donnée.

Ayant

DES PARTIES ÉGALES. 27

Ayant ouvert le Compas de proportion, en sorte que la distance BC, de 140 à 140, soit égale à la ligne donnée FG, prenez la distance DE, de 50 à 50, & la portez sur la Ligne donnée FG, depuis son extrémité F en H; & les deux parties FH, GH, seront dans la raison des deux nombres donnez 50, 90.



DEMONSTRATION.

Car si l'on tire par le point D, à la Ligne AC, la parallèle DI, on aura CI, égale à DE, & par conséquent à FH, parce que l'on a fait FH égale à DE: & à cause de BC, égale à FG, par la construction, on aura BI égale à GH; & parce que AD est de 50 parties, & AB de 140, & par conséquent DB, de 90, & que par 2. 6. la raison des Lignes CI, BI, est égale à celle des deux AD, DB,

B 2

50,

28 USAGE DE LA LIGNE

50, 90, il s'ensuit que la raison des deux Lignes FH, GH, égales aux deux CI, BI, est égale aussi à celle des deux nombres donnez 50, 90. Ce qu'il falloit démontrer.

S C O L I E.

Si les deux nombres donnez sont trop petits, on les multipliera chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pour avoir leurs équimultiples, lesquels étant en même raison que les deux nombres donnez, pourront servir pour la solution du Probleme, pourvû que leur somme ne soit pas plus grande que 200, parce que le plus grand nombre des parties égales ne passe pas 200.

On fera tout le contraire, quand les deux nombres donnez seront trop grands, c'est-à-dire qu'on les divisera chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pour avoir deux autres nombres plus petits, dont on pourra se servir à la place des deux donnez, puisqu'ils seront dans la même raison, comme étant semblables parties aliquotes des deux nombres donnez.

Il est évident que s'il falloit couper la
Ligne

DES PARTIES ÉGALES. 29

Ligne FG, en parties proportionnelles à plus que de deux nombres donnez, il faudroit ajoûter ensemble tous ces nombres donnez, pour avoir leur somme, & travailler comme il vient d'être enseigné.

Si les deux termes de la raison donnée sont des fractions de diverse espece, on les reduira en d'autres fractions de même denomination, & en negligean le denominateur commun, on se servira des numérateurs à la place des fractions proposées.

PROBLEME III.

Etant données deux Lignes, & les Parties égales de l'une, trouver les Parties égales de l'autre.

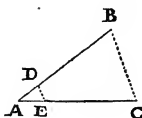
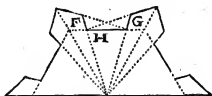
SI on applique la longueur de la Ligne, dont les Parties égales sont connues, de côté & d'autre au nombre de ces Parties sur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, & que l'on porte la longueur de l'autre ligne, sur la même Ligne de ces Parties égales, sans chan-

30 USAGE DE LA LIGNE

ger l'ouverture du Compas de proportion, en sorte que cette longueur s'accorde de part & d'autre à un même nombre ; ce nombre sera celui des Parties égales qu'on cherche.

E X E M P L E.

Que la ligne FG, soit par exemple le côté intérieur d'un Polygone fortifié, & que ce côté étant supposé de 120 Parties égales, ou de 120 toises, il faille trouver dans ces mêmes parties la quantité de



la Demi-gorge FH. Supposons comme à l'ordinaire, que les lignes AB, AC, soient

DES PARTIES ÉGALES. 31

soient chacune la Ligne des Parties égales du Compas de proportion ; que le centre soit A, & que les deux points B, C, soient les points marquez 120. Ayant ouvert le Compas de proportion, en sorte que la distance BC de 120 à 120, soit égale à la Ligne donnée FG, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez avec le Compas commun la longueur de l'autre ligne donnée FH, sur la Ligne des parties égales, en sorte que cette longueur réponde de côté & d'autre en deux points également éloignez du centre A, c'est à dire du même nombre des parties égales, comme D, E : & si ce nombre se rencontre par exemple 26, c'est à dire, si chacune des Lignes égales AD, AE, se trouve de 26 parties, on conclura que la ligne FH, contient 26 parties semblables à celles dont FG en comprend 120.

D E M O N S T R A T I O N.

Car dans les deux triangles isosceles ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que la raison des deux Lignes BC, DE, ou de leurs égales FG, FH, est égale à celle des deux AB, AD, ou des deux

B 4

nom-

32 **USAGE DE LA LIGNE**
nombres 120 , 26. C'est pourquoy la
Ligne FG étant de 120 parties égales, il
est de nécessité que la Ligne FH con-
tienne 26 de ces mêmes Parties. Ce qu'il
falloit démontrer.

S C O L I E.

On pourra connoître de la même fa-
çon la quantité d'une Face, d'un Flanc,
d'une Courtine , & de toutes les autres
Lignes d'un Polygone fortifié. Mais si
la Ligne FG se trouve trop grande pour
pouvoir être appliquée sur la Ligne des
Parties égales, on se servira de sa moitié
ou de son tiers , en prenant pareille-
ment la moitié ou le tiers du nombre de
la Ligne DE, pour la Ligne FH. Et si
le nombre des parties supposées de la
Ligne FG est trop grand, on se servira
aussi de la moitié ou du tiers de ce nom-
bre, après quoy on prendra le double
ou le triple du nombre des Parties égales
que l'on trouvera pour la Ligne FH,
pour avoir en ce double, ou en ce tri-
ple, le véritable nombre des Parties éga-
les de la même Ligne FH.

P R O.

PROBLÈME IV.

Etant donnée une Ligne , & le nombre des Parties égales qu'elle contient , en retrancher tel nombre que l'on voudra de ces Parties.

Ayant appliqué la longueur de la Ligne donnée de côté & d'autre , au nombre des Parties égales qu'elle contient , sur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion , portez la distance du nombre des Parties égales qu'on veut retrancher , prise de part & d'autre sur la même Ligne des Parties égales du Compas de proportion ainsi ouvert , sur la Ligne proposée depuis l'une de ses extrémités vers l'autre extrémité , & le Problème sera résolu.

E X E M P L E.

Reprenons la Figure précédente , & qu'il faille retrancher du côté intérieur FG , que nous supposons de 120 toises , la ligne FH , de 26 toises , telle que doit
 B 5 être

34 USAGE DE LA LIGNE

être la Demi-gorge dans l'Exagone, selon nôtre Metode nouvelle de fortifier, qui convient parfaitement bien aux meilleures maximes de la Fortification. Appliquez la Ligne donnée FG, sur chaque Ligne des Parties égales AB, AC, du Compas de proportion, de 120 à 120, enforte que la distance BC, de 120 à 120, soit égale à la Ligne proposée FG; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez la distance DE de 26 à 26, sur la Ligne donnée FG, depuis son extremité F en H; & la ligne FH sera de 26 Parties égales, dont la ligne FG en comprend 120; dont la demonstration est tout-à-fait la même que celle du Probleme precedent.

S C O L I E.

Vous voyez par la pratique de ce Probleme & du precedent, que la Ligne des Parties égales du Compas de proportion peut très-commodément servir d'Echelle pour quelque Plan que ce soit, pourvû que l'on sçache la quantité d'un de ses côtez; & que l'on peut aisément tracer un Plan sur le papier, & le reduire en un Volume plus grand ou plus petit de la maniere

DES PARTIES ÉGALES. 35
niere que l'on voudra. Cela est trop clair
pour en parler davantage.

Je diray seulement que si la Ligne FG
est trop grande, on se servira de sa moitié
ou de son tiers, & on prendra le double
ou le triple du nombre donné pour la Li-
gne FH; Et que si le nombre des parties
supposées de la Ligne FG est trop grand,
on se servira aussi de la moitié ou du tiers
de ce nombre, en prenant pareillement
la moitié ou le tiers du nombre donné pour
la Ligne FH.

PROBLEME V.

*Trouver une Ligne égale à la circon-
ference d'un Cercle donné.*

Puisque le Diametre d'un cercle est à sa
circonference, environ comme 100 est
à 314, ou comme 50 est à 157, comme
nous avons démontré dans nôtre *Geome-
trie Pratique*; Il s'ensuit que si on appli-
que le Diametre du Cercle donné de 50
à 50, sur la Ligne des Parties égales du
Compas de proportion, & que le Com-
pas de proportion demeurant ainsi ouvert,
on prenne sur la même Ligne des Parties
B 6 égales

égales la distance de 157 à 157, on aura la longueur de la circonference qu'on cherche.

S C O L I E.

Si on ne peut pas ouvrir commodément le Compas de proportion, en portant la longueur du Diametre du cercle donné de 50 à 50 pour être trop grande, on la portera de 100 à 100, & alors la distance de 157 à 157, donnera seulement la moitié de la circonference du cercle proposé.

Si tout au contraire en connoissant la circonference d'un Cercle, on vouloit trouver son Diametre, il faudroit appliquer la longueur de cette circonference de 157 à 157, sur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, & prendre la distance de 50 à 50 sur la même Ligne des Parties égales du Compas de proportion ainsi ouvert, pour avoir le Diametre qu'on cherche.

PRO.

PROBLEME VI.

*Ouvrir le Compas de proportion , en
 sorte que l'angle des deux lignes
 - des Parties égales soit droit.*

FOrmez de deux nombres quelconques ;
 comme de 6 , 12 , ce Triangle rectan-
 gle 180 , 144 , 108 ; & ayant pris sur la
 Ligne des Parties égales depuis le centre du
 Compas de proportion , 180 parties ,
 appliquez cette longueur sur la même
 Ligne des Parties égales , de part & d'autre
 de 108 à 144 , & le Compas de propor-
 tion se trouvera ouvert à un Angle de 90
 degrez , à l'égard de la Ligne des Parties
 égales , comme il est évident par 47. 1.

S C O L I E.

Si les nombres du Triangle rectangle
 sont trop petits , on se servira de leurs
 doubles , ou de leurs triples , comme il
 faudroit se servir de leurs moitiez , ou de
 leurs tiers , s'ils étoient trop grands : Mais
 pour empêcher que cela n'arrive , il faut
 que les deux nombres generateurs soient

B 7 tels,

38 USAGE DE LA LIGNE

tels, que la somme de leurs quarez ne passe pas 200, parce que la Ligne des parties égales ne contient pas plus de 200 parties.

Pour former un Triangle rectangle de deux nombres donnez, on prendra la somme de leurs quarez pour l'hypoténuse, la différence des mêmes quarez pour un côté, & le double du produit de ces deux mêmes nombres pour l'autre côté.

Ce Probleme se peut proposer & résoudre plus généralement, en faisant que l'angle des deux Lignes des parties égales soit égal à un angle donné, en cette sorte.

Ayant pris depuis le centre du Compas de proportion, sur la Ligne des parties, le nombre des parties que contient le Sinus de la moitié de l'angle proposé pour un Sinus total de 200 parties, appliquez cette longueur sur la même Ligne des parties égales, de côté & d'autre toujours de 100 à 100, & les deux Lignes des parties égales feront un angle égal au proposé.

PRO:

PROBLEME VII.

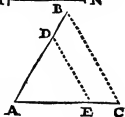
A trois lignes données trouver une quatrième proportionnelle.

Ayant porté la longueur des deux premières Lignes données, chacune sur la Ligne des parties égales du Compas de proportion, qu'il ne sera pas nécessaire d'ouvrir, parce que cette transposition se doit faire depuis le centre, pour sçavoir combien chacune de ces deux Lignes contient de parties égales, écrivez sur chacune le nombre des parties égales qu'elle comprendra, pour vous en souvenir; & ayant appliqué la longueur de la troisième Ligne donnée de part & d'autre sur la Ligne des parties égales du Compas de proportion, à un nombre égal à celui des parties égales de la première ligne donnée; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des parties égales, la distance de côté & d'autre du nombre égal à celui des parties égales de la seconde Ligne donnée, & cette distance donnera la longueur de la quatrième Ligne proportionnelle qu'on cherche.

EXEM-

E X E M P L E.

Comme s'il faut trouver aux trois Lignes données HI, KL, MN, une quatrième proportionnelle : en portant la longueur HI de la première ligne HI — 15 — I donnée, sur la ligne AB, ou AC, M — 20 — N des parties égales du Compas de proportion, depuis le centre A en D, ou en E, on trouve que ce



point D, ou E, est 15, par exemple; on marquera 15 sur la ligne HI: & pareillement en portant la longueur de la seconde ligne donnée KL, sur la même Ligne AB ou AC, des parties égales, depuis le centre A, en B, ou en C, on trouve que ce point B ou C, est par exemple 20; on écrira 20 sur la seconde ligne KL. Après cela ouvrez le Compas de proportion, en sorte que la distance DE de 15 à 15, sur la ligne des parties égales, soit égale à la troisième ligne donnée MN; & alors la distance BC, de

DES PARTIES ÉGALES. 41
de 20 à 20, sera la quatrième proportionnelle qu'on cherche, c'est-à-dire que les quatre lignes HI, KL, MN, BC, seront proportionnelles.

D E M O N S T R A T I O N .

Car on connoît par 4. 6. dans les deux Triangles isosceles semblables ABC, ADE, que les quatre lignes AD, AB, DE, BC, sont proportionnelles; & parce que les trois premières AD, AB, DE, sont égales aux trois données HI, KL, MN, il est de nécessité que les quatre lignes HI, KL, MN, BC, soient aussi proportionnelles. Ce qu'il falloit démontrer.

S C O L I E .

Il est évident par 16. 5. qu'on peut prendre la troisième ligne donnée MN, pour la seconde KL, & celle-cy pour celle-là; ce qui peut en quelque rencontre faciliter la pratique de ce Probleme.

Si les deux premières lignes données sont plus longues que le Compas de proportion, on en portera la longueur sur une échelle plus grande, divisée exactement

42 USAGE DE LA LIGNE

ment en parties égales , pour pouvoir connoître le nombre des parties égales qu'elles contiennent : ou bien on pourra en leur place porter sur la Ligne des parties égales du Compas de proportion leurs moitez ou leurs tiers , pour avoir le nombre de leurs parties égales , qui sera pris pour celui des deux Lignes proposées ; parce qu'ainsi on trouvera toujours la même ligne quatrième proportionnelle , comme il est évident par 11. 5.

Si la troisième Ligne donnée est aussi trop grande , pour pouvoir être appliquée sur le Compas de proportion , on en appliquera seulement la moitié ou le tiers ; & alors , le double ou le triple de la quatrième proportionnelle qu'on trouvera , sera la quatrième Ligne proportionnelle qu'on cherche : ou bien on se servira de la moitié ou du tiers de la première & de cette troisième ; & la quatrième proportionnelle qu'on trouvera , sera celle qu'on cherche.

COROLLAIRE.

Par le moyen de ce Probleme , on peut aisément trouver à deux Lignes données une troisième proportionnelle ; sçavoir

voir en ajoûtant aux deux Lignes données, une troisiéme égale à la deuxiéme, & en cherchant à ces trois Lignes une quatrième proportionnelle, comme il vient d'être enseigné.

On pourra aussi facilement trouver à trois figures semblables données, une quatrième figure semblable proportionnelle; sçavoir en cherchant aux côtez homologues des trois figures données, une quatrième ligne proportionnelle, qui sera le côté homologue de la figure qu'on cherche: & pareillement à trois Cercles donnez, ou à trois Spheres données, un quatrième Cercle, ou une quatrième Sphere proportionnelle; sçavoir en cherchant à leurs trois Diametres, un quatrième Diametre proportionnel.

Enfin on peut aisément sur une Ligne donnée décrire un Plan semblable à un Plan donné, augmenter ou diminuer une Ligne donnée, selon une raison donnée, & résoudre plusieurs autres Problemes, dont la construction sera facile à inventer à celui qui aura bien compris la theorie & la pratique de ce Probleme, & des precedens.

Or comme les Lignes proportionnelles sont d'un frequent usage dans la Geome-

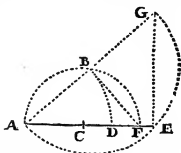
44 USAGE DE LA LIGNE

Geometrie , j'enseigneray icy en passant une maniere prompte & facile pour

Trouver geometriquement à deux Lignes données une troisième proportionnelle, & à trois une quatrième.

Premierement pour trouver aux deux Lignes données AC, AD, une troisième proportionnelle, inscrivez dans le demi - cercle

ABF, décrit de l'extrémité C, par l'autre extrémité A, de la première Ligne donnée AC, la



droite AB, égale à l'autre Ligne donnée AD; & décrivez du centre B, par la même extrémité A, une circonférence de cercle AEG, qui rencontre icy la première Ligne donnée AC, prolongée, au point E, & termine la Ligne AE, qui fera troisième proportionnelle aux deux données AC, AD.

DE-

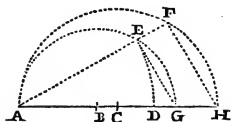
DEMONSTRATION.

Car si on prolonge l'Arc AE, jusqu'à ce qu'il coupe la Ligne AB, prolongée, en G, & qu'on tire les droites EG, BF, on aura dans les deux Triangles Rectangles semblables ABF, AEG, cette Analogie, AF, AG :: AB, AE; & si à la place des deux premiers termes AF, AG, on met leurs moitez AC, AB, on aura celle-cy, AC, AB :: AB, AE: où l'on voit qu'à cause de AB, égale à AD, par la construction, la Ligne AE est troisième Proportionnelle aux deux données AC, AD; ce qu'il falloit démontrer.

Si la seconde Ligne donnée AD, se trouve trop grande, pour pouvoir être inscrite dans le demi-cercle ABF, on n'y inscrira que sa moitié; ou que son tiers; & alors le double ou le triple de la Ligne AE, sera la troisième proportionnelle qu'on cherche.

Secondement, pour trouver une quatrième proportionnelle aux trois Lignes données AB, AC, AD, qui doivent être mises d'un même côté en Ligne droite, & partir d'un même point, tel qu'est icy le point A, décrivez par ce point

46 USAGE DE LA LIGNE
 point commun A, des extremitéz B, C,
 de la premiere & de la seconde Ligne
 donnée AB, AC, les deux Arcs AEG,
 AFH; & inscrivez dans le premier AEG,
 la droite AE, égale à la troisiéme Ligne



donnée AD ; & cette Ligne AE, étant
 prolongée jusqu'à la circonference du se-
 cond Arc AFH, donnera la longueur AF
 de la quatrième Ligne proportionnelle
 qu'on cherche; de sorte que les quatre
 Lignes AB, AC, AD, AF, seront pro-
 portionnelles.

DEMONSTRATION.

Car si on achève les demy-cercles
 AEG, AFH, & qu'on tire les droites
 EG, FH, on aura dans les deux Trian-
 gles Rectangles semblables AEG, AFH,
 cette Analogie, $AG, AH :: AE, AF;$
 &

& si à la place des deux premiers termes AG, AH, on met leurs moitez AB, AC, & au lieu de la Ligne AE, son égale AD, on aura cette autre Analogie, AB, AC :: AD, AF ; ce qu'il falloit démontrer.

Si la troisième Ligne donnée AD est trop grande pour pouvoir être inscrite dans le premier demy-cercle AEG, il y faut inscrire la seconde AC, si elle est plus petite ; & au lieu de décrire le second demi-cercle AFH du centre C, on le décrira du centre D : car ainsi on trouvera toujours la même quatrième proportionnelle AF ; parce que, par 11. 5. il est permis de changer de place aux deux dernières Lignes Données AC, AD.

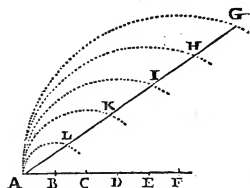
Ou bien n'inscrivez dans le premier demi-cercle AEG, que la moitié ou le tiers de la Ligne trop grande AD ; & alors la moitié ou le tiers de la Ligne AF terminée par le second demi-cercle AFH décrit du centre C, fera la quatrième proportionnelle qu'on cherche.

On pourra par le même principe trouver à deux Lignes données une troisième proportionnelle, en ajoutant aux deux Lignes données une troisième égale à la seconde, comme nous avons déjà dit ailleurs.

Mais

48 USAGE DE LA LIGNE

Mais on peut aussi par le même principe, diviser une Ligne donnée en autant de parties égales que l'on voudra, comme vous allez voir.



Parcourez sur la Ligne infinie AF cinq parties égales d'une grandeur volontaire, aux points A, B, C, D, E, F, si vous voulez diviser la Ligne donnée en cinq parties égales ; & décrivez des centres B, C, D, E, F, par le même point A, autant de circonferences de cercles. Après cela appliquez la Ligne donnée sur le plus grand cercle, en commençant depuis A, laquelle par exemple soit AG ; & cette Ligne AG se trouvera divisée par les autres circonferences de cercles en cinq parties égales, aux points H, I, K, L, comme il est aisé à démontrer.

USA-

USAGE DE LA LIGNE

DES

P L A N S.

LA Ligne des Plans, sert pour trouver avec facilité un Plan multiple, ou sou-multiple d'un Plan semblable donné; d'augmenter & de diminuer un Plan selon une raison donnée; de trouver entre deux Lignes données une moyenne proportionnelle; & pour résoudre plusieurs autres Problemes de Geometrie, entre lesquels nous ajouterons icy seulement ceux qui sont les plus nécessaires, & qui viennent le plus en pratique; parce que les autres étant d'une Theorie plus profonde, & d'une pratique moins ordinaire, doivent être résolus d'une maniere aussi plus Geometrique, & plus scientifique.

C PRO.

PROBLEME I.

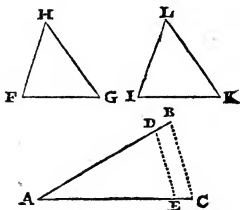
*Etant donné un Triangle, trouver
un autre Triangle semblable en
raison donnée.*

Appliquez la longueur d'un côté du Triangle donné, sur la Ligne des Plans du Compas de proportion, à un nombre égal de part & d'autre au premier terme de la raison donnée: & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des Plans, la distance de côté & d'autre du nombre égal au second terme de la raison donnée, pour avoir la longueur du côté homologue du Triangle qu'on cherche. C'est de la même façon que l'on trouvera les côtez homologues aux deux autres côtez du Triangle proposé.

E X E M P L E.

Soit donné le Triangle FGH, & qu'il
luy faille trouver un autre Triangle sem-
blable, en sorte que le Triangle FGH,
soit à celuy qu'on cherche, comme par
exemple 3 à 4. Suppo-

Supposons que les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion, que le centre soit A, que les points marquez 4, ou du quatrième Plan, soient B, C, & que les points marquez 3, ou du troisième Plan soient D, E. Pour trouver le côté homologue à l'un des côtés du Triangle donné FGH, comme au côté FG, portez la longueur de ce côté FG, sur la Ligne des Plans AB, AC, de côté & d'autre de 3 à 3, en sorte que la distance DE, de 3 à 3, soit égale au



même côté FG; & alors la distance BC, de 4 à 4, sera le côté IK homologue au côté FG: & l'on trouvera de la même façon le côté IL homologue au côté FH, & le côté KL homologue au côté GH; & le

C 2 Trian-

52 USAGE DE LA LIGNE

Triangle IKL fera celui qu'on cherche, c'est-à-dire qu'il sera semblable au Triangle donné FGH, & que ce Triangle FGH sera au Triangle IKL, comme 3 à 4.

DEMONSTRATION.

Car dans les deux Triangles isosceles semblables, ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que les quatre Lignes DE, BC, AD, AB, sont proportionnelles, & par 22. 6. que leurs quarez sont aussi proportionnels; & parce que les deux quarez AD, AB, sont entr'eux comme 3 à 4, par la construction de la Ligne des Plans, les deux quarez DE, BC, ou FG, IK, seront aussi entr'eux comme 3 à 4; & l'on connoîtra de la même façon, que les deux quarez FH, IL, sont aussi dans la raison de 3 à 4, aussi bien que les deux GH, KL: d'où il suit par 11. 5. que les trois quarez FG, FH, GH, sont proportionnels aux trois quarez IK, IL, KL, & par 22. 6. que les trois côtez du Triangle FGH, sont proportionnels aux trois côtez du Triangle IKL. C'est pourquoy par 5. 6. ces deux Triangles seront semblables, & par 19. 6. le Triangle FGH sera au Triangle IKL,

IKL, comme 3 à 4; ce qu'il falloit démontrer.

S C O L I E.

Si les deux termes de la raison donnée sont trop grands, on prendra leurs soummultiples, en les divisant chacun par un même nombre tel que l'on voudra: & s'ils sont trop petits, on prendra leurs Multiples, en les multipliant chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pourvû que le plus grand nombre qui viendra, ne surpasse pas 64, parce que dans le Compas de proportion le plus grand Plan n'est que 64.

Si les deux termes de la raison donnée ont leurs Racines quarrées précises, on se servira de ces Racines quarrées, mais au lieu de travailler sur la Ligne des Plans, on travaillera sur la Ligne des parties égales: car ainsi les côtez homologues des deux Triangles semblables seront dans la raison de ces Racines quarrées, & par 19. 6. les deux Triangles seront dans la raison des deux nombres donnez.

Enfin si les deux termes de la raison donnée sont des fractions de differente

C 3 espee

54 USAGE DE LA LIGNE

espece, on les reduira en deux autres fractions de même denomination, & en negligeanr le Denominateur commun, on se servira des deux Numerateurs à la place des deux fractions proposées, pour travailler sur la Ligne des Plans comme il a été enseigné.

COROLLAIRE.

On pourra de la même façon à un cercle donné trouver un autre cercle en raison donnée, en travaillant par le Diametre du cercle donné pour avoir le Diametre du cercle qu'on cherche; & pareillement à un Polygone donné trouver un autre Polygone semblable en raison donnée, en reduisant le Polygone donné en Triangles par une ou plusieurs Diagonales, & en cherchant autant de Triangles semblables dans la raison donnée, lesquels étant joins ensemble donneront le Polygone qu'on cherche.

Ainsi vous voyez qu'on peut à l'aide de ce Probleme augmenter & diminuer un Polygone donné, ou un cercle donné, selon une raison donnée; parce que cette raison peut être de plus grande ou de moindre inégalité.

PRO-

PROBLEME II.

*Trouver la raison de deux Plans
semblables donnez.*

PORTEZ la longueur d'un des côtez du plus petit des deux Polygones donnez, sur la Ligne des Plans du Compas de proportion, à un même nombre de part & d'autre tel que l'on voudra; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez sur la même Ligne des Plans la longueur du côté homologue de l'autre Plan donné, pour voir à quel nombre égal de côté & d'autre cette longueur répond: & ce second nombre avec le premier auquel répond le côté homologue du premier Plan donné, seront les deux termes de la raison qu'on cherche,

E X E M P L E.

Reprenons la Figure precedente, & qu'il faille trouver la raison des deux Triangles semblables donnez FGH, IKL. Supposons que les deux Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des

C 4 Plans.

56 USAGE DE LA LIGNE

Plans du Compas de proportion, & que le centre soit A. Ayant porté la longueur du côté FG de côté & d'autre sur la Ligne des Plans au nombre 3, par exemple; en sorte que la distance DE, de 3 à 3, soit égale au côté FG: laissez le Compas de proportion ainsi ouvert, & portez la longueur du côté IK, homologue au côté FG, sur la même Ligne des Plans, à un même nombre de part & d'autre, comme de B en C, où soit par exemple le nombre 4. Cela étant, je dis que le Plan FGH est au Plan IKL, comme 3 à 4; dont la demonstration est tout-à-fait la même que celle du Probleme precedent.

S C O L I E.

Si le côté du plus grand Plan donné est trop grand, pour pouvoir être appliqué sur le Compas de proportion, qui seroit trop peu ouvert, il faut porter la longueur du côté du plus petit Plan donné sur un même nombre de la Ligne des Plans, le plus proche du centre qu'il sera possible, afin que le Compas de proportion étant ainsi plus ouvert, on puisse y porter la longueur du côté homologue du plus grand Plan donné.

Mais

Mais si le côté du plus petit Plan donné se trouve trop grand pour pouvoir être appliqué sur la Ligne des Plans à un même nombre de part & d'autre, comme nous avons dit, il le faudra porter depuis le centre sur la même Ligne des Plans, & aussi le côté homologue du plus grand Plan donné, pour avoir les deux nombres des côtez homologues des deux Plans donnez, & ces deux nombres en exprimeront la raison.

Que si ces deux côtez homologues se trouvent encore trop grands, on se servira de leurs moitez ou de leurs tiers: & pour ne pas tomber dans cette difficulté, si l'on peut, on se servira dans chaque Plan donné des deux plus petits côtez homologues, lors que les deux Plans donnez seront irreguliers.

Ce Probleme se peut aussi resoudre assez facilement par le moyen de la Ligne des parties égales du Compas de proportion, sçavoir en cherchant à deux côtez homologues des deux Plans donnez une troisième Ligne proportionnelle, comme il a été enseigné au *Probleme VI. de l'Usage de la Ligne des Parties égales*: parce que par 20. 6. les nombres des parties égales que contiendront la pre-

58 USAGE DE LA LIGNE
miere & la troisiéme proportionelle, feront les deux termes de la raison qu'on cherche.

C O R O L L A I R E.

Comme les Cercles sont dans la raison des quarez de leurs Diametres, par 2. 12. on voit aisément que l'on peut par le moyen de ce Probleme trouver avec la même facilité la raison de deux cercles donnez en se servant de leurs Diametres, comme de deux côtez homologues, &c.

P R O B L E M E I I I.

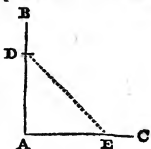
*Ouvrir le Compas de proportion,
en sorte que les deux Lignes des
Plans fassent un Angle droit.*

AYant pris avec le Compas commun sur la Ligne des Plans, depuis le centre du Compas de proportion, la longueur d'un nombre de Plans tel que l'on voudra, appliquez cette longueur sur la même Ligne des Plans de part & d'autre à un même nombre égal à la moitié du precedent, & alors les deux Lignes des
Plans

Plans feront au centre un angle droit.

E X E M P L E.

Supposons que les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion, dont le centre sera par conséquent en A. Supposons encore que les points B, C, soient chacun les points du trente-deuxième Plan, par exemple; que les points D, E, soient chacun le point du 16^e. Plan, moitié du premier 32. Je dis que si vous ouvrez le Compas de proportion, en forte que la distance DE, de 16 à 16, soit égale à AB, ou à AC, l'Angle A sera droit.



D E M O N S T R A T I O N.

Car puisque AB, ou DE, est 32, & que AD est 16, moitié de 32. le carré DE sera par la construction de la Ligne des Plans, double du carré AD, ou AE, & par conséquent égal aux deux

C 6

quar-

60 **USAGE DE LA LIGNE**
quarrez AD, AE; d'où il suit par 48.
1. que l'angle A est droit. Ce qu'il fa-
loit démontrer.

C O R O L L A I R E.

Il suit évidemment de la pratique de ce Probleme, que si la Ligne DE est plus grande en puissance que le double de la Ligne AD, c'est-à-dire que si le Plan AB, égal à DE, est plus grand que le double du Plan AD, l'angle A sera obtus; & aigu, si le Plan AB est moindre que le double du Plan AD.

P R O B L E M E I V.

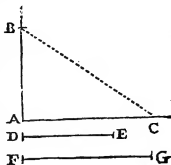
*Trouver un Plan semblable & égal
à deux Plans semblables donnez.*

Ayant porté deux côtez homologues tels que l'on voudra des deux Plans donnez sur la Ligne des Plans du Compas de proportion, en commençant depuis le centre, pour connoître le nombre des Plans de chacun, & ayant ouvert le Compas de proportion à angle droit, par le Probleme precedent, la distance des deux nombres trouvez prise
de

de côté & d'autre sur la Ligne des Plans, donnera le côté homologue d'un Plan semblable & égal aux deux donnez.

E X E M P L E.

Qu'il faille trouver le côté homologue d'un Plan semblable & égal à deux Plans semblables donnez, dont deux côtez homologues sont les Lignes DE, FG. Supposons que les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Plans du



Compas de proportion, dont le centre est A; que le côté DE étant porté sur la Ligne des Plans AB, depuis le centre A en B, ce point B soit le 4^e Plan; & que l'autre côté FG étant pareillement porté sur l'autre Ligne des Plans AC, depuis le centre A en C, que ce point C soit le 9^e Plan. Cela étant supposé, le Compas de proportion étant ouvert à angle droit, en sorte que l'angle A soit droit, la distance BC, de 4 à 9, prise
C 7. de

62 USAGE DE LA LIGNE
de côté & d'autre sur la Ligne des Plans,
fera le côté homologue d'un Plan sem-
blable & égal aux deux donnez, dont
DE, FG, sont deux côtez homologues.

DEMONSTRATION.

Car, par 47. 1. le quarré BC étant é-
gal aux deux quarréz AB, AC, ou
DE, FG, la Ligne BC sera par 31. 6,
le côté homologue d'un Plan semblable
& égal aux deux donnez, dont DE,
FG, sont deux côtez homologues. Ce
qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Si les côtez DE, FG, ne peuvent pas
être portez sur la Ligne des Plans, pour
être trop grands, on en portera seule-
ment la moitié ou le tiers; & alors le
double ou le triple de la distance BC sera
le côté homologue qu'on cherche.

Ce Probleme se peut aussi résoudre;
sans qu'il soit besoin d'ouvrir à angle
droit le Compas de proportion, comme
vous verrez dans la methode que nous
enseignerons pour ajouter ensemble deux
Solides semblables, par le moyen de la Li-
gne

gne des Solides, cette methode étant la même pour les Plans, excepté qu'on doit se servir de la Ligne des Plans.

COROLLAIRE.

Par le moyen de ce Probleme on peut se vanter de sçavoir la maniere d'ajouter ensemble autant de Plans semblables que l'on voudra, en ajoutant ensemble les deux premiers, & en ajoutant à la somme le troisieme, & ainsi en suite.

On peut aussi facilement trouver un cercle égal à plusieurs cercles donnez, en travaillant par leurs Diametres considererez comme les côtez homologues d'autant de Plans semblables.

PROBLEME V.

Entre deux Lignes données, trouver une moyenne proportionnelle.

AYant porté chacune des deux Lignes données sur la Ligne des parties égales du Compas de proportion, ou sur quelque autre Ligne divisée en parties

64 USAGE DE LA LIGNE

parties égales, pour ſçavoir le nombre des parties égales que chacune contient, appliquez la longueur de la plus grande Ligne donnée de part & d'autre ſur la Ligne des Plans du Compas de proportion, à un nombre égal à celuy de ſes parties égales, & le Compas de proportion demeurant ainſi ouvert, prenez ſur la Ligne des Plans, de côté & d'autre, la diſtance du nombre égal à celuy des parties égales de la plus petite des deux Lignes données, pour avoir la moyenne proportionnelle qu'on cherche.

E X E M P L E.

Qu'il faille trouver une moyenne proportionnelle entre les deux

Lignes données FG,

HI, dont la plus petite

FG contient

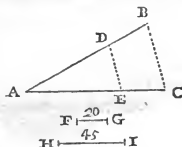
ne par exemple

20 parties égales, & la plus grande

HI en contienne 45. Suppoſons que les

Lignes AB, AC, ſoient chacune la Ligne des Plans du Compas de proportion,

dont



dont le centre est A : que les points B, C, soient chacun le 45^e Plan, & les points D, E, chacun le 20^e Plan. Appliquez la longueur de la plus grande Ligne donnée HI, sur la Ligne des Plans de part & d'autre aux points B, C, en sorte que la distance BC, de 45 à 45, soit égale à la plus grande Ligne donnée HI; & alors la distance DE, de 20 à 20, sera moyenne proportionnelle entre les deux Lignes données FG, HI.

D E M O N S T R A T I O N.

Car dans les Triangles isosceles semblables ABC, ADE, on a par 4. 6. cette Analogie, AB, AD :: BC, DE, ou AB, AD :: HI, DE, à cause de BC, égale à HI, par la construction: c'est pourquoy, par 22. 6. on aura celle-cy, ABq, ADq :: HIq, DEq; & si à la place des deux premiers termes ABq, ADq, on met les deux nombres 45, 20, qui sont en même raison, par la construction de la Ligne des Plans, ou bien si à la place de ces deux nombres 45, 20, on met les deux Lignes HI, FG, qui sont aussi en même raison, on aura cette autre Analogie, HI, FG :: HIq,

66 USAGE DE LA LIGNE

HIq, DEq; & enfin si aux deux premiers termes HI, FG, on donne la hauteur commune HI, on aura cette Analogie HIq, FGHI :: HIq, DEq, où l'on voit, que le Rectangle FGHI est égal au quarré DE, & que par 17. 6. la Ligne DE est moyenne proportionnelle entre les deux Lignes données FG, HI. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Si les nombres des parties égales des deux Lignes données sont trop grands, on se servira de leurs moitez, ou de leurs tiers, comme il faudroit se servir des doubles, ou des triples des deux mêmes nombres, s'ils étoient trop petits.

Ce Probleme se peut aussi résoudre par le moyen de la Ligne des parties égales, mais comme la solution en est plus longue, nous n'en parlerons par davantage.

COROLLAIRE.

Par le moyen de ce Probleme, on peut aisément reduire un Plan en quarré, comme par exemple un cercle, en cherchant

chant entre son rayon & la moitié de sa circonference une moyenne proportionnelle: un Triangle, en cherchant entre un de ses côtez & la moitié de sa perpendiculaire une moyenne proportionnelle: & telle autre Figure plane que l'on voudra, parce qu'on la peut aisément reduire en Triangle.

On peut aussi facilement trouver une figure semblable & égale à la difference de deux Plans semblables donnez, sçavoir en cherchant entre la somme & la difference de deux côtez homologues quelconques une moyenne proportionnelle, qui sera le côté homologue de la figure qu'on cherche, &c.

Or comme l'usage d'une moyenne proportionnelle est très considerable dans la Geometrie, nous ajouterons icy, pour ceux qui aiment la speculation des Mathematiques, une methode curieuse pour

Trouver Geometriquement entre deux Lignes données, une moyenne proportionnelle.

Que les deux Lignes données soient AB, AC, que je suppose placées en Ligne droite, l'une sur l'autre, & tirées du

68 USAGE DE LA LIGNE

du même point A, pour avoir une construction plus facile, telle qu'est la suivante.

Ayant prolongé la plus grande Ligne donnée AC en E, en sorte que la Ligne

CE soit éga-

le à la plus

petite Ligne

donnée AB;

& ayant tiré

à la Ligne

AB, par son

extrémité B,

la perpendiculaire BF égale à la même

Ligne AB, inscrivez dans un demi-

cercle décrit alentour de la Ligne AE,

la Ligne EG, égale à la Ligne EF, &

décrivez du centre A, par le point G,

une circonférence de cercle, qui se trou-

ve icy coupée par la Ligne Locale AH,

qui fait en A avec AC un Angle demi-

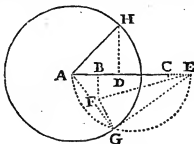
droit, au point H, duquel on doit tirer

à la ligne AC, la perpendiculaire AD;

& la Ligne AD sera moyenne propor-

tionnelle entre les deux données AB,

AC.



DE-

DEMONSTRATION.

Car dans le Triangle rectangle AGE, on a par 47. 1. AGq , ou AHq , ou 2 $ADq \propto AEq \cdot EGq$; & à cause de $AEq \propto ACq + CEq + 2 ACE$, par 4. 2. ou de $AEq \propto ACq + ABq + 2 CAB$, parce que l'on a fait CE égale à AB, & encore à cause de EGq , ou $EFq \propto BFq + BEq$, par 47. 1. ou de $EFq \propto ABq + ACq$, on aura 2 $ADq \propto 2 CAB$; & par consequent $ADq \propto CAB$, & l'on connoîtra par 17. 6. que la Ligne AD est moyenne proportionnelle entre les deux données AB, AC. Ce qu'il falloit démontrer.

S C O L I E.

Cette construction a été tirée de l'Equation constitutive du Probleme, que nous avons reduite en deux lieux, -sçavoir en un lieu à la Ligne droite, & en un lieu au cercle, en cette sorte.

Si l'on suppose $AB \propto a$, $AC \propto b$, & $AD \propto x$, on aura $xx \propto ab$, pour l'Equation constitutive du Probleme, que l'on reduira en deux lieux, en supposant

70 USAGE DE LA LIGNE

fiant premierement ce lieu à la Ligne droite, $x + y \in b$ pour avoir $x \in b - y$, & par consequent $xx \in bb - 2by + yy$, d'où ôtant le double de l'Equation constitutive, sçavoir $2xx \in 2ab$, on aura ce lieu au cercle, $-xx \in bb - 2ab - 2by + yy$, dont le rayon est R. ab , que l'on peut trouver geometriquement sans supposer l'invention d'une moyenne proportionnelle, sçavoir par la soustraction des deux quarez aa , bb , du quarré $aa + 2ab + bb$ de la somme $a + b$ des deux Lignes données AB, AC, comme vous avez vû dans la construction.

Si vous voulez un lieu à un autre cercle, & par consequent une autre construction, mettez $x + y$ à la place de b , ce qui se peut faire à cause du lieu supposé à la Ligne droite $x + y \in b$; & l'Equation constitutive $xx \in ab$, se changera en celle-cy $xx \in ax + ay$, dont le double $2xx \in 2ax + 2ay$ étant ôté de $xx \in bb - 2by + yy$, on auracét autre lieu au cercle, $-xx \in bb - 2ax - 2ay - 2by + yy$, dont le rayon est R. $2aa + 2ab$, lequel on peut trouver aussi Geometriquement sans aucune moyenne proportionnelle, sçavoir par l'addition des deux quarez aa , $aa + 2ab + bb$, & par la soustraction

tion

tion du quarré bb , comme vous verrez dans nôtre grand Traité d'Algebre, lors qu'il aura le bonheur de paroître.

On peut encore trouver un lieu à un autre cercle donné, & par conséquent une troisième construction; car dans le lieu supposé à la Ligne droite $x + y \propto b$, on trouvera $y \propto b - x$, & par conséquent $yy \propto bb - 2bx + xx$, d'où ôtant $2xx \propto 2ax + 2ay$, qui est le double de l'Equation constitutive changée, on aura cet autre lieu au cercle, $yy - 2ax - 2ay \propto bb - 2bx - xx$, dont le rayon est R. $2aa - 2ab + 2bb$, que l'on peut trouver pareillement sans aucune moyenne proportionnelle, sçavoir par la seule addition des trois quarte aa , bb , $aa - 2ab + bb$, comme vous verrez dans nôtre grand Traité d'Algebre, où nous avons expliqué & démontré à fonds ces deux dernières constructions, & ce n'est pas le lieu icy d'en dire davantage. Ceux qui voudront sçavoir plus particulièrement la maniere de refoudre par deux lieux les Equations de deux dimensions, pourront voir nos deux *Traités des lieux Geometriques & de la construction des Equations*, qui sont precedez d'un *Traité des Lignes du premier genre*.

USA-

USAGE DE LA LIGNE

DES

POLYGO NES.

LA Ligne des Polygones sert principalement à diviser un cercle donné en autant de parties égales que l'on voudra; ce qu'il faut sçavoir faire dans l'Architecture militaire, pour la fortification des Places regulieres, & quelquefois aussi dans l'Architecture civile, pour la description des quareaux faits en Polygones propres pour paver une Sale. Elle sert aussi dans la Geometrie, comme par exemple, pour couper une Ligne donnée dans la moyenne & extreme raison, pour tracer un Triangle isoscele, où l'angle à la base soit double de l'angle au sommet, &c.

PRO-

PROBLEME I.

Décrire un Polygone regulier dans un cercle donné.

Appliquez la longueur du rayon du cercle donné de part & d'autre sur la Ligne des Polygones du Compas de proportion, de 6 à 6, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des Polygones, la distance de côté & d'autre d'un même nombre égal au nombre des côtez du Polygone que vous voulez décrire, pour avoir le côté de ce Polygone.

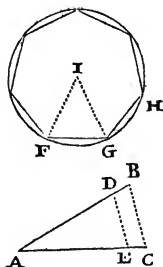
E X E M P L E.

Qu'il faille décrire un Eptagone regulier dans le cercle donné FGH, dont le centre est I, & le rayon IF, ou IG. Supposons que les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Polygones du Compas de proportion, dont le centre est A: que les points B, C, soient chacun les points de l'Exagone, & les points D, E, chacun le point de l'Eptagone. Ayant

D

ap-

74 USAGE DE LA LIGNE
appliqué la longueur du rayon IF, ou IG,
sur la Ligne des Polygones de part &



d'autre de B en C, en sorte que la distance BC, de 6 à 6, soit égale au rayon IF, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez la distance DE, de 7 à 7, laquelle donnera la longueur du côté FG, ou GH, de l'Eptagone regulier inscriptible dans le cercle donné FGH.

DEMONSTRATION.

Car dans les deux Triangles isosceles
scm-

semblables ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que la raison des deux Lignes AB, AD, est égale à celle des deux BC, DE: c'est pourquoy comme AD est le côté d'un Eptagone regulier inscrit dans un cercle, dont le rayon est AB, par la construction de la Ligne des Polygones, il est de necessité que DE, ou FG, soit aussi le côté d'un Eptagone regulier inscrit dans un cercle, dont le rayon est BC, ou IF. Ce qu'il falloit démontrer.

S C O L I E.

Si le rayon du cercle donné est trop grand, pour pouvoir être appliqué sur la Ligne des Polygones, on en appliquera seulement la moitié ou le tiers, & alors le double ou le triple de la Ligne qu'on trouvera, sera le côté du Polygone qu'on cherche.

Quand le Polygone qu'on veut décrire au dedans du cercle donné, aura plus de douze côtez, on ne pourra plus se servir de la Ligne des Polygones; & dans ce cas on se servira de la Ligne des Cordes, par le moyen de laquelle on fera l'arc FG d'autant de degrez qu'en doit avoir l'angle du centre I, lesquels on

76 USAGE DE LA LIGNE
trouvera en divisant 360 degrez par le
nombre des côtez du Polygone.

PROBLEME II.

*Décrire sur une Ligne donnée un
Polygone regulier.*

Ayant appliqué la longueur de la Ligne donnée de part & d'autre sur la Ligne des Polygones du Compas de proportion, à un nombre égal à celui des côtez du Polygone qu'on veut décrire, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des Polygones, de côté & d'autre la distance de 6 à 6, laquelle fera le rayon du cercle propre à décrire le Polygone. C'est pourquoy si avec cette ouverture on décrit des deux extremittez de la Ligne donnée deux arcs de cercle, l'interfection de ces deux arcs donnera le centre de ce cercle.

E X E M P L E.

Reprenons la Figure precedente, & supposons que sur la Ligne donnée FG;
il

il faille décrire un Eptagone regulier. Supposons aussi que les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Polygones du Compas de proportion, dont le centre est A; que les points B, C, soient chacun le point de l'Exagone, & les points D, E, chacun le point de l'Eptagone. Appliquez la longueur de la Ligne donnée FG, sur la Ligne des Polygones de part & d'autre aux points D, E, en sorte que la distance DE, de 7 à 7, soit égale à la Ligne donnée FG; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, décrivez avec la distance BC, de 6 à 6, prise sur la même Ligne des Polygones, des deux extremités F, G, deux arcs de cercle, dont le point de section I, sera le centre du cercle circonscriptible, de sorte que la Ligne BC sera le rayon du cercle propre à décrire le Polygone.

DEMONSTRATION.

Car dans les deux Triangles isosceles semblables ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que la raison des deux Lignes AD, AB, est égale à celle des deux DE, BC; & comme la Ligne AD est le côté d'un

D 3

Epta-

78 USAGE DE LA LIGNE

Eptagone regulier inscrit dans un cercle, dont le rayon est AB, par la construction de la Ligne des Polygones, il faut que la Ligne DE, ou FG, soit aussi le côté d'un Eptagone regulier, inscrit dans un cercle, dont BC est le rayon. Ce qu'il falloit démontrer.

S C O L I E.

Si la Ligne donnée est trop petite, pour pouvoir être appliquée sur la Ligne des Polygones, il en faut appliquer le double ou le triple, & alors la moitié ou le tiers de la Ligne qu'on trouvera, fera le rayon du cercle circonscrit.

Quand le Polygone qu'on veut décrire sur la Ligne donnée, aura plus de douze côtes, on ne pourra pas se servir de la Ligne des Polygones, & alors le centre I du cercle circonscrit, se trouvera par le moyen de la Ligne des Cordes, en tirant des deux extremittez F, G, de la ligne donnée FG, les deux rayons FI, GI, qui fassent avec la Ligne donnée FG, chacune un angle égal au demi-angle du Polygone, lequel demi-angle est égal au complement de la moitié de l'angle du centre.

PRO-

PROBLEME III.

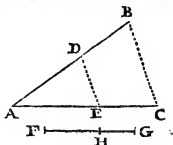
Couper une Ligne donnée dans la moyenne & extreme raison.

Appliquez la longueur de la Ligne donnée sur la Ligne des Polygones du Compas de proportion de part & d'autre, de 6 à 6 ; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des Polygones de côté & d'autre la distance de 10 à 10, laquelle donnera le plus grand segment de la Ligne proposée.

E X E M P L E.

Qu'il faille couper la Ligne donnée FG, en H, dans la moyenne & extreme raison.

Supposons que les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Polygones du Compas de propor-



tion, dont le centre est A. Que les
D 4 points

80 USAGE DE LA LIGNE

points B, C, soient chacun le point de l'Exagone, & les points D, E, chacun le point du Decagone. Ayant appliqué la longueur de la Ligne donnée FG sur la Ligne des Polygones de part & d'autre de B en C, en sorte que la distance BC, de 6 à 6, soit égale à la Ligne donnée FG; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, la distance DE, de 10 à 10, donnera la longueur du grand Segment FH.

DEMONSTRATION.

Car dans les deux Triangles isosceles semblables ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que la raison des Lignes AB, AD, est égale à celle des deux BC, DE, ou FG, FH; & comme AD, AB, sont les côtez d'un Decagone & d'un Exagone inscrits dans un même cercle, il faut que FG, FH, soient aussi les côtez d'un Exagone & d'un Decagone inscrits dans un même cercle. C'est pourquoy par le *Coroll.* de 9. 13. le point H divise la Ligne proposée FG dans la moyenne & extreme raison. Ce qu'il falloit démontrer.

SCO-

S C O L I E.

Si la Ligne donnée est trop longue ; pour pouvoir être appliquée sur la Ligne des Polygones , on en appliquera seulement la moitié , ou le tiers , & alors le double ou le triple de la Ligne qu'on trouvera , sera le plus grand segment de la Ligne proposée.

Ce Probleme se peut aussi résoudre sur la Ligne des Cordes , sçavoir en appliquant la Ligne donnée sur la Ligne des cordes , de 60 à 60 , & en prenant sur la même Ligne des cordes la distance de 36 à 36 , qui donnera le grand segment de la Ligne proposée , parce que le côté de l'Exagone est la corde de 60 degrez , & le côté du Decagone la corde de 36 degrez , dans un même cercle.

C O R O L L A I R E.

Par le moyen de ce Probleme on peut aisément résoudre cette Equation de deux dimensions , $xx + ax = aa$; sçavoir en coupant la Ligne représentée par la lettre a , dans la moyenne & extreme raison ;

D 5

son ;

82 USAGE DE LA LIGNE

fon: car le plus grand segment de cette Ligne ainsi coupée, sera la racine véritable de l'Equation proposée $xx + ax = aa$, & le plus petit sera la racine véritable de celle-cy, $xx - 3ax = -aa$, comme il sera aisé à démontrer à celui qui entendra l'Algebre.

PROBLEME IV.

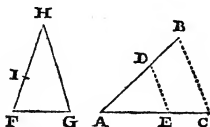
Décrire sur une base donnée un Triangle isoscele, où l'un des angles à la base soit double de l'angle au sommet.

Appliquez la longueur de la base donnée, de part & d'autre sur la Ligne des Polygones du Compas de proportion, de 10 à 10, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des Polygones de côté & d'autre la distance de 6 à 6, pour avoir la longueur de chacun des deux côtes du Triangle qu'on cherche.

EXEM-

E X E M P L E

Qu'il faille décrire sur la base donnée FG, un Triangle isofcele FGH, en sorte que l'angle F, ou G, soit double de l'angle H. Supposons que les deux Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Polygones du Compas de propor-



tion, dont le centre est A. Que les points B, C, soient chacun le point 6, & les points D, E, chacun le point 10. Appliquez la Ligne donnée FG sur la Ligne des Polygones de part & d'autre, de D en E, en sorte que la distance DE, de 10 à 10, soit égale à la base donnée FG: & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez la distance BC, de 6 à 6, pour avoir le côté FH, ou GH du Triangle qu'on cherche,

D 6

D E

DEMONSTRATION.

Pour la démonstration, faites HI égale à FG, ou à DE; & parce que dans les Triangles isosceles semblables ADE, ABC, on a par 4. 6. cette Analogie, AD, AB :: DE, BC, & que AD est le côté d'un Decagone, & AB le côté d'un Exagone, inscrits dans un même cercle, il faut que DE, ou FG, ou HI, soit pareillement le côté d'un Decagone, & BC, ou FH, le côté d'un Exagone, inscrits dans un même cercle: c'est pourquoy par 9. 13. la Ligne FH est coupée en I dans la moyenne & extreme raison, & par 10. 4. le Triangle FGH sera celui qu'on cherche. Ce qu'il falloit démontrer.

S C O L I E.

Ce Probleme se peut aussi résoudre par le moyen de la Ligne des Cordes, sçavoir en appliquant sur cette Ligne des cordes la longueur de la Ligne donnée de part & d'autre, de 36 à 36, & en prenant sur la même Ligne des cordes la distance de 60 à 60, qui donnera le côté du Triangle qu'on cherche. PRO-

PROBLEME V.

Ouvrir le Compas de proportion en sorte que les deux Lignes des Polygones fassent un angle droit.

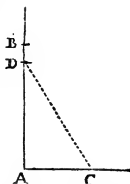
AYant pris avec le Compas commun sur la Ligne des Polygones, depuis le centre du Compas de proportion, la longueur du côté du Pentagone, appliquez cette même longueur sur la même Ligne des Polygones de côté & d'autre, de 10 à 6, & alors les deux Lignes des Polygones feront au centre un angle droit.

E X E M P L E.

Supposons que les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Polygones du Compas de proportion dont le centre est A. Supposons encore que AB soit le côté du Pentagone, AD le côté de de l'Exagone, & AC, le côté du Decagone. Je dis que si l'on ouvre le Compas de proportion, en sorte que la dis-

D 7. tan-

tance CD de 10 à 6, soit égale au côté AB du Pentagone, l'angle A sera droit.



DEMONSTRATION.

Car puisque le quarré AB , ou CD , du côté du Pentagone, est égal au quarré AC du côté du Decagone, & au quarré AD du côté de l'Exagone, par 10. 13. il est de nécessité par 48. 1. que l'Angle A soit droit. Ce qu'il falloit démontrer.

USAGE DE LA LIGNE

DES

C O R D E S.

LA Ligne des Cordes sert pour mesurer un angle sur le papier, ou sur le terrain: ou bien pour faire sur le papier, ou sur le terrain, un angle d'autant de degrez que l'on voudra. Elle sert aussi pour la description des Polygones reguliers, comme vous avez vû, & pour resoudre plusieurs autres Problemes, dont les principaux & les plus necessaires seront seulement icy declarez.

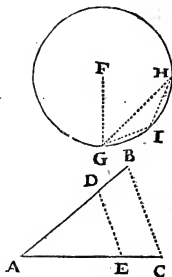
P R O B L E M E I.

Prendre sur la circonference d'un Cercle donné, un Arc d'autant de degrez que l'on voudra.

Appliquez le Rayon du Cercle donné, sur la Ligne des Cordes du Compas de proportion, de part & d'autre,

88 USAGE DE LA LIGNE

tre, toujours de
60 à 60, parce
que le Rayon
d'un Cercle est
égal à la Corde
de 60 degrez :
& le Compas de
proportion de-
meurant ainsi
ouvert, prenez
sur la même Li-
gne des Cordes,
de côté & d'au-
tre, la distance
du nombre égal



à celui des degrez proposez, & la trans-
portez sur la circonference du Cercle
donné, pour avoir un Arc d'autant de
degrez qu'il étoit proposé.

E X E M P L E.

Que le Rayon du Cercle donné soit
FG, & qu'il faille prendre sur la circon-
ference un Arc, par exemple de 80 de-
grez. Supposons que les Lignes AB,
AC, soient chacune la Ligne des Cor-
des du Compas de proportion, dont le
centre est A. Que AB, ou AC, soit la
Cor-

Corde de 80 degrez, & AD, ou AE, la Corde de 60 degrez. Ayant appliqué la longueur du Rayon FG, de part & d'autre de D en E, en sorte que la distance DE, de 60 à 60, soit égale au Rayon FG, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez la distance BC, de 80 à 80, sur la circonférence du Cercle donné, depuis G en H, pour avoir l'arc GH de 80 degrez.

D E M O N S T R A T I O N .

Car dans les Triangles Ifoſceles ſemblables ABC, ADE, on connoît, par 4. 6. que la raiſon des Lignes AD, AB, eſt égale à celle des Lignes DE, BC, ou FG, GH: & comme AB eſt la Corde de 80 degrez à l'égard du Rayon AD, par la conſtruction de la Ligne des Cordes, il eſt de neceſſité que GH ſoit auſſi la corde de 80 degrez, à l'égard du Rayon FG, & que par conſequent l'arc GH ſoit de 80 degrez. Ce qu'il falloit démonſtrer.

S C O L I E.

On peut par une operation contraire, trouver les degrez d'un Arc, dont on connoît le demi-Diametre; sçavoir en appliquant ce demi-Diametre de 60 à 60 sur la Ligne des Cordes, & en transportant la Corde de l'Arc proposé sur la même Ligne des Cordes, en sorte que l'on rencontre de part & d'autre un même nombre de degrez, car ce nombre marquera la quantité de l'Arc proposé.

C O R O L L A I R E.

On peut par le moyen de ce Probleme, faire à un point donné d'une Ligne donnée sur le papier, un Angle d'autant de degrez que l'on voudra: ou bien connoître la quantité d'un Angle rectiligne donné sur le papier, puisque la mesure d'un tel Angle est un Arc de Cercle décrit de sa pointe. D'où il est aisé de construire sur une Base donnée un Triangle isoscele, où l'Angle de la base soit à l'Angle du sommet en raison donnée, en faisant à chaque extremité de la base donnée, un Angle, dont les degrez se trou-

trouveront, en multipliant 90 degrez par le double du terme homologue à l'Angle de la base, & en divisant le produit par la somme du même double & de l'autre terme.

PROBLÈME II.

Ouvrir le Compas de proportion, en sorte que l'Angle des deux Lignes des Cordes soit d'autant de degrez qu'on voudra.

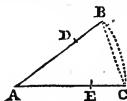
SI on prend depuis le Centre du compas de proportion sur l'une des deux Lignes des Cordes, la Corde correspondante aux degrez proposez, & qu'on en applique la longueur sur les Lignes des Cordes de côté & d'autre, de 60 à 60, le Compas de proportion se trouvera ouvert comme l'on demande.

EXEMPLE.

Qu'il faille ouvrir le Compas de proportion en sorte que les deux Lignes des Cordes fassent un Angle, par exemple,
de

92 USAGE DE LA LIGNE

de 40 degrez. Supposons que les Lignes AD, AE, soient chacune la Corde de 40 degrez, & les Lignes AB, AC, chacune la Corde de 60 degrez. Je dis que si on applique la Corde AD, ou AE, de 40 degrez de côté & d'autre, de B en C; en sorte que la distance BC, de 60 à 60, soit égale à la Corde AD de 40 degrez, l'Angle A sera aussi de 40 degrez.



DEMONSTRATION.

Car si l'on décrit du centre A, par les points B, C, l'Arc de Cercle BC, & que l'on considère que la Ligne AD est la Corde de 40 degrez à l'égard du Rayon AB, qui est la Corde de 60 degrez, on connoitra aisément que la Ligne BC, égale à la Ligne AD, est aussi la Corde de 40 degrez: & comme elle est la Corde de l'Arc BC, il s'ensuit que l'Arc BC, & par conséquent l'Angle A, est aussi de 40 degrez. Ce qu'il falloit démontrer.

Sco-

S C O L I E.

On peut par une operation contraire à la precedente, connoître l'ouverture du Compas de proportion à l'égard de la Ligne des Cordes: car si on porte depuis le centre du Compas de proportion sur la ligne des Cordes, la distance de 60 à 60, prise de part & d'autre sur la même Ligne des Cordes, on rencontrera le nombre des degrez de l'ouverture qu'on cherche.

C'est à cause de cela que l'on ajoûte quelquefois au Compas de proportion des pinnules placées sur la Ligne des Cordes, pour pouvoir mesurer un Angle sur la terre, ou pour en faire un sur la terre d'autant de degrez que l'on voudra: mais j'aimerois mieux me servir d'un demi-Cercle bien divisé, le Compas de proportion n'étant propre que pour travailler promptement sur le papier. C'est pourquoy je negligeraï icy d'expliquer plusieurs usages, qui ne sont que d'une pure curiosité.

PRO-

PROBLEME III.

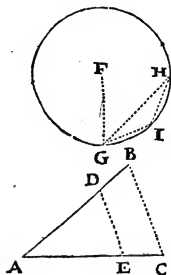
*Trouver le demi-diametre d'un Arc
de Cercle donné, dont on con-
noît les degrez.*

SI on applique la Corde de l'Arc donné sur la Ligne des Cordes du Compas de proportion, de côté & d'autre au nombre des degrez de l'Arc proposé, & qu'on laisse le Compas de proportion ainsi ouvert, la distance de 60 à 60 prise sur la même Ligne des Cordes, donnera la longueur du Rayon qu'on cherche.

E X E M P L E.

Que l'Arc de Cercle GH soit par exemple de 80 degrez, & qu'il en faille trouver le Rayon FG. Supposons que les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Cordes du Compas de proportion, dont le centre est A. Que AB, ou AC, soit la Corde de 80 degrez, & AD, ou AE, la Corde de 60 degrez. Je dis que si on applique la Corde GH
sur

sur la Ligne des parties égales du Compas de proportion, de part & d'autre de B en C, en sorte que la distance BC,



de 80 à 80, soit égale à cette Corde GH, la distance DE, de 60 à 60, sera égale au Rayon FG.

DEMONSTRATION.

Car dans les Triangles Isosceles semblables ABC, ADE, on connoît par 4. 6. que la raison des Lignes AB, AD, est égale à celle des Lignes BC, DE, ou GH,

96 USAGE DE LA LIGNE

GH, DE: & comme AD est le Rayon à l'égard de la Corde AB de 80 degrez par la construction de la Ligne des Cordes, il est de necessité que DE soit aussi le Rayon à l'égard de la Corde GH de 80 degrez, & par consequent le demi-diametre de l'Arc proposé GIH.

S C O L I E.

Si l'Arc GIH étoit simplement donné, sans en connoître ny le centre, ny le nombre des degrez, on trouvera ce nombre de degrez, en prenant à volonté sur cet Arc un point, comme I, & en tirant les deux Cordes IG, IH, dont l'Angle GIH, étant mesuré, & son double étant ôté de 360 degrez, le reste donnera le nombre qu'on cherche.

C O R O L L A I R E.

On peut par le moyen de ce Probleme, trouver aisément le centre d'un Cercle, ou d'un Arc de Cercle donné, ou bien faire passer par trois points donnez une circonference de Cercle: car si on prend sur le Cercle donné un Arc à volonté, pour en connoître les degrez, comme

DES SOLIDES. 97.

comme il a esté enseigné dans le Scolie precedent, & qu'à l'intervalle du Rayon que l'on trouvera, on fasse de deux points quelconques de l'Arc donné, ou des trois points donnez, deux Arcs de Cercles, qui s'entre-courent, la section de ces deux arcs donnera le centre du Cercle qu'on cherche.

USAGE DE LA LIGNE

DES

S O L I D E S.

LA Ligne des Solides à l'égard des Corps, a les mêmes Usages que la Ligne des Plans à l'égard des Surfaces, comme vous allez voir dans les Problemes suivans.

E P R O.

PROBLEME I.

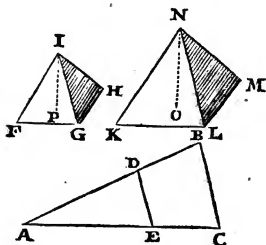
Etant donnée une Pyramide , trouver une autre Pyramide semblable en raison donnée.

Appliquez la longueur d'un côté de la Pyramide donnée, sur la Ligne des Solides du Compas de proportion à un nombre égal de part & d'autre au premier terme de la raison donnée: & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des Solides la distance de côté & d'autre du nombre égal au second terme de la raison donnée, pour avoir la longueur du côté homologue de la Pyramide qu'on cherche. C'est de la même façon que l'on trouvera les côtez homologues aux autres côtez de la Pyramide proposée.

E X E M P L E.

Soit donnée la Pyramide FGHI, & qu'il luy faille trouver une autre Pyramide semblable, en sorte que la Pyramide FGHI soit à celle qu'on cherche, comme

me par exemple 16 à 54. Supposons que les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Solides du Compas de proportion, dont le centre est A. Que les points marquez 54, ou du 54^e Solide soient B, C, & que les points marquez 16, ou du 16^e Solide soient D, E. Pour trouver le côté homologue à l'un des côtez de la Pyramide donnée FGHI, comme au côté FG, portez la longueur de ce



côté FG sur la Ligne des Solides AB, AC, de côté & d'autre de D en E, en forte que la distance DE, de 16 à 16, soit égale au même côté FG, & alors la distance BC, de 54 à 54, donnera la
E 2 lon-

100 USAGE DE LA LIGNE
 longueur du côté KL homologue au côté
 FG; & l'on trouvera de la même façon
 le côté LM homologue au côté GH,
 & pareillement la hauteur NO homolo-
 gue à la hauteur IP, & ainsi des autres,
 & la Pyramide KLMN sera celle qu'on
 cherche, c'est à dire qu'elle sera sembla-
 ble à la Pyramide donnée FGHI, &
 que cette Pyramide FGHI sera à la Py-
 ramide KLMN, comme 16 à 54.

D E M O N S T R A T I O N .

Car dans les deux Triangles isosceles
 semblables ABC, ADE, on connoît
 par 4. 6. que les quatre Lignes DE,
 BC, AD, AB, sont proportionnelles,
 & par 37. 11. que leurs cubes sont aussi
 proportionnels; & parce que les deux
 cubes AD, AB, sont entr'eux comme
 16 à 54, par la construction de la Ligne
 des Solides, les deux cubes DE, BC,
 ou FG, KL, seront aussi entr'eux com-
 me 16 à 54, & par 8. 12. la Pyramide
 FGHI sera à la Pyramide KLMN,
 aussi comme 16 à 54, parce que ces deux
 Pyramides sont semblables, par la con-
 struction, & par Def. 9. 11. Ce qu'il
 falloit démontrer.

Sco;

S C O L I E.

Si les deux termes de la raison donnée sont trop grands, on prendra leurs sous-multiples, en les divisant chacun par un même nombre tel que l'on voudra : & s'ils sont trop petits, on prendra leurs multiples, en les multipliant chacun par un même nombre tel que l'on voudra, pourvu que le plus grand nombre qui viendra, ne surpasse pas 64, parce que dans le Compas de proportion le plus grand solide n'est que 64.

Si les deux termes de la raison donnée ont leurs Racines cubiques exactes, on se servira de ces Racines cubiques à la place des deux nombres donnez, mais au lieu de travailler sur la Ligne des Solides, on travaillera sur *la Ligne des parties égales* : car ainsi les côtes homologues des deux Pyramides semblables seront dans la raison de ces Racines cubiques, & par 8. 12. les deux Pyramides seront dans la raison des deux nombres donnez.

Enfin, si les deux termes de la raison donnée sont des fractions de différente espèce, on les reduira en deux autres

E 3 frac.

102 USAGE DE LA LIGNE

fractions de même denomination, & en negligéant le denominateur commun, on se servira des deux numerateurs à la place des deux fractions données, pour travailler sur la Ligne des Solides comme il a été enseigné.

COROLLAIRE.

On pourra de la même façon à une Sphere donnée trouver une autre Sphere en raison donnée, en travaillant par le Diametre de la Sphere donnée, pour avoir le Diametre de la Sphere qu'on cherche; & pareillement à un Cone ou à un Cylindre donné, trouver un Cone ou un Cylindre semblable en raison donnée, en travaillant par le Diametre de la base, & par la hauteur du Cone ou du Cylindre donné, pour avoir le Diametre de la base & la hauteur du Cone ou du Cylindre qu'on cherche.

On pourra aussi de la même façon à quelque autre Corps donné que ce soit, trouver un Corps semblable en raison donnée, en travaillant séparément pour chaque côté du Solide donné, pour avoir le côté homologue du Solide qu'on cherche.

Ainsi

Ainsi vous voyez qu'on peut à l'ayde de ce Probleme augmenter ou diminuer un Solide donné, & par conséquent une Sphere donnée, & aussi un Cone & un Cylindre donné, selon une raison donnée, parce que cette raison donnée peut être de plus grande ou de moindre inégalité.

PROBLEME II.

Trouver la raison de deux Solides semblables donnez.

PORTEZ la longueur d'un des côtez du plus petit des deux Solides donnez sur la Ligne des Solides du Compas de proportion, de part & d'autre à un même nombre tel que l'on voudra; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, portez sur la même Ligne des Solides la longueur du côté homologue de l'autre Solide donné, pour voir à quel nombre égal de côté & d'autre cette longueur répond; & ce second nombre avec le premier auquel répond le côté homologue du premier Solide, seront les deux termes de la raison qu'on cherche.

E 4

EXEM.

E X E M P L E.

Reprenons la Figure precedente, & qu'il faille trouver la raison des deux Pyramides semblables données FGHI, KLMN. Supposons que les deux Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Solides du Compas de proportion, dont le centre est A. Ayant porté la longueur du côté FG de part & d'autre sur la Ligne des Solides au nombre 16 par exemple, en sorte que la distance DE, de 16 à 16, soit égale au côté FG; laissez le Compas de proportion ainsi ouvert, & portez la longueur du côté KL homologue au côté FG, sur la même Ligne des Solides, à un même nombre de côté & d'autre, comme de B en C, où soit par exemple le nombre 54: cela étant, je dis que le Solide FGHI est au Solide KLMN, comme 16 à 54; dont la démonstration est la même que celle du Probleme precedent.

S C O L I E.

Si le côté du plus grand Solide donné est trop grand, peut pouvoir être appli-

pliqué sur le Compas de proportion, qui seroit trop peu ouvert, il faut porter la longueur du côté du plus petit Solide donné sur la Ligne des Solides, le plus proche du centre qu'il sera possible, afin que le Compas de proportion étant ainsi plus ouvert, on puisse y porter la longueur du côté homologue du plus grand Solide donné.

Mais si le côté du plus petit Solide donné se trouve trop grand, pour pouvoir être appliqué sur la Ligne des Solides à un même nombre de part & d'autre, comme nous avons dit, il le faudra porter depuis le centre sur la même Ligne des Solides, & aussi le côté homologue du plus grand Solide donné, pour avoir les deux nombres des côtez homologues des deux Solides donnez, & ces deux nombres en exprimeront la raison.

Que si ces deux côtez homologues se trouvent encore trop grands, on se servira de leurs moitez, ou de leurs tiers: & pour ne pas tomber dans cette difficulté, si l'on peut, on se servira dans chaque Solide donné des deux côtez homologues les plus petits, lorsque les deux Solides donnez seront irreguliers.

Ce Probleme se peut aussi resoudre par

E s

le

106 USAGE DE LA LIGNE

le moyen de la Ligne des parties égales du Compas de proportion, sçavoir en cherchant à deux côtez homologues des deux Solides donnez une troisième Ligne proportionnelle, & à ces trois Lignes une quatrième proportionnelle, comme il a esté enseigné au *Probl. VII. de l'Usage de la Ligne des parties égales*, parce que par 33. 11. les nombres des parties égales que contiendront la première & la quatrième proportionnelle, seront les deux termes de la raison qu'on demande.

C O R O L L A I R E.

Comme les Spheres sont dans la raison des cubes de leurs Diametres, par 18. 12. on void aisément que l'on peut par le moyen de ce Probleme trouver avec la même facilité la raison de deux Spheres données, en se servant de leurs Diametres, comme de deux côtez homologues. Et pareillement on pourra trouver la raison de deux Cones, ou de deux Cylindres semblables donnez, en se servant des Diametres de leurs bases, &c.

P R O.

PROBLEME III.

*Ouvrir le Compas de proportion,
en sorte que l'Angle des deux
Lignes des Solides soit droit.*

Ayant pris sur la Ligne des Solides depuis le centre du Compas de proportion, le côté du 15^e Solide, appliquez-en la longueur sur la même Ligne des Solides, de part & d'autre, de 3 à 8; & le Compas de proportion se trouvera ouvert à un Angle de 90 degrez à l'égard de la Ligne des Solides, parce que le quarré du côté du 15^e Solide est à peu près égal au quarré du côté du 3^e Solide, & au quarré du côté du 8^e Solide, sans qu'il s'en manque seulement une milliême partie de la longueur du Compas de proportion, ce qui est de petite conséquence pour la pratique, comme l'on peut voir dans la Table des Solides, qui vous fera connoître que l'on peut aussi appliquer la longueur du plus grand & 64^e Solide, prise depuis le centre sur la Ligne des Solides, de part & d'autre, de 3 à 52, ou de 9 à 40, ou bien en-

108 USAGE DE LA LIGNE
core de 16 à 30, sans que l'erreur soit
seulement d'une milliême partie de la
longueur du plus grand Solide.

PROBLEME IV.

*Trouver un Solide semblable & égal
à deux Solides semblables donnez.*

Supposant que l'un des côtez du pre-
mier Solide donné soit d'un nombre
de Solides. tel que l'on voudra, appli-
quez-en la longueur sur la Ligne des So-
lides du Compas de proportion, de part
& d'autre à ce nombre supposé; & le
Compas de proportion demeurant ainsi
ouvert, portez la longueur du côté ho-
mologue du second Solide donné, sur la
même Ligne des Solides, en sorte que
cette longueur réponde de côté & d'au-
tre à un même nombre: & alors la dis-
tance du nombre égal à la somme de ces
deux nombres, prise de part & d'autre
sur la Ligne des Solides, donnera le cô-
té homologue du Solide qu'on cherche.

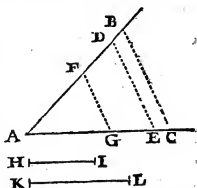
EXEM-

E X E M P L E.

Qu'il faille trouver le côté homologue d'un Solide semblable & égal à deux Solides semblables donnez, dont deux côtés homologues soient les Lignes HI, KL. Supposons que les Lignes AB, AC, soient

chacune la Ligne des Solides du Compas de proportion, dont le centre est A. Supposons

encore que les deux



points F, G, soient chacun le point par exemple du 8^e Solide, auquel on appliquera si l'on veut, la longueur du côté HI, en sorte que la distance FG, de 8 à 8, soit égale à ce côté HI, pour appliquer ensuite sur la même Ligne des Solides la longueur de l'autre côté KL, de part & d'autre de D en E, en sorte que les points D, E, soient chacun également éloignés du centre A, c'est à dire d'un même nombre de Solides, qui soit

E 7

par

110 USAGE DE LA LIGNE

par exemple 27; en sorte que la distance DE, de 27 à 27, soit égale à cet autre côté KL. Cela fait, & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, je dis que la distance BC, de 35 à 35, qui est la somme des deux nombres précédens 8, 27, qui expriment la raison des deux Solides donnez, est égale au côté homologue d'un Solide semblable & égal aux deux Solides donnez, dont deux côtez homologues sont HI, KL.

DEMONSTRATION.

Car dans les Triangles isosceles semblables ABC, AFG, on a par 4. 6. cette analogie, $AB, AF :: BC, FG$: c'est pourquoy par 37. 11. on aura celle-cy, $ABc, AFc :: BCc, FGc$; & si à la place des deux premiers termes ABc, AFc , on met les deux Nombres 35, 8, qui sont en même raison, parce que AB est le côté du 35^e Solide, & AF le côté du 8^e, on aura cette autre analogie, $35, 8 :: BCc, FGc$; & en divisant, on aura celle-cy, $27, 8 :: BCc-FGc, FGc$; & si à la place des deux premiers termes 27, 8, on met les deux cubes AD, AF, qui sont en même raison, parce

DES SOLIDES. III

parce que AD est le côté du 27^e Solide, & AF le côté du 8^e, ou bien si à la place de ces deux AD^c, AF^c, on met les deux DE^c, FG^c, qui sont en même raison, à cause des Triangles isosceles semblables ADE, AFG, on aura cette autre analogie, DE^c, FG^c :: BC^c-FG^c, FG^c, où l'on voit que le cube DE, ou KL, est égal à la difference des deux BC, FG, ou HI, & que par conséquent le cube BC, est égal à la somme des deux HI, KL. D'où il suit par 33. 11. que la ligne BC est un côté homologue d'un Solide semblable & égal aux deux Solides semblables donnez, dont deux côtez homologues sont les lignes HI, KL. Ce qu'il falloit démontrer.

SCOLIE.

Pour n'avoir pas un Nombre trop grand dans la somme des deux Nombres qui expriment la raison des deux Solides donnez, on donnera au côté du premier Solide donné un Nombre de Solides le plus petit que l'on pourra, afin que l'autre nombre des Solides du côté homologue du second Solide, soit aussi plus

112 USAGE DE LA LIGNE

plus petit, & qu'ainfi la fomme de ces deux nombres fe puiſſe trouver ſur la Ligne des Solides.

C O R O L L A I R E.

Il ſuit aifément de la pratique de ce Probleme, que l'on peut ajoûter enſemble plus de deux Solides ſemblables donnez, ſçavoir en ajoûtant enſemble les deux premiers, & en ajoûtant à la ſomme le troiſième, & ainſi enſuite.

On peut auffi facilement trouver une Sphere égale à pluſieurs Spheres donnees, en travaillant par leurs Diametres confiderez comme les côtez homologues d'autant de Solides ſemblables: & trouver pareillement un Cone, ou un Cylindre égal à pluſieurs Cones, ou à pluſieurs Cylindres donnez, ſçavoir en travaillant par les Diametres de leurs baſes, & par leurs hauteurs, &c.

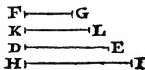
On peut auffi à l'imitation de ce Probleme, trouver un Solide ſemblable & égal à la difference de deux Solides ſemblables donnez, ſi au lieu d'ajoûter enſemble les deux nombres de leur raiſon, on ôte le plus petit du plus grand, &c.

LEM.

L E M M E.

Si de quatre Lignes, les trois premières sont proportionnelles, & que le Cube de la troisième soit égal au Solide sous la première, & le Quarré de la quatrième, ces quatre Lignes seront dans une proportion continuë.

JE dis que si des quatre Lignes FG, KL, DE, HI, les trois premières FG, KL, DE, sont proportionnelles, & que le Solide FGHIq, sous la première FG, & le quarré de la quatrième HI, soit égal au Cube de la troisième DE, ces quatre Lignes FG, KL, DE, HI, seront continuellement proportionnelles.



DE-

D E M O N S T R A T I O N .

Puisque par la Supposition le Solide $FGHIq$, est supposé égal au Cube DE , on aura par 34. 11. cette analogie, $FG, DE :: DEq, HIq$; & si on donne aux deux premiers termes FG, DE , la hauteur commune DE , on aura cette autre analogie, $FGDE, DEq :: DEq, HIq$; & si à place du Plan $FGDE$, on met le quarré KL , qui luy est égal, par 17. 6. à cause des trois proportionnelles FG, KL, DE , on aura cette autre analogie, $KLq, DEq :: DEq, HIq$, où l'on void par 22. 6. que les trois lignes KL, DE, HI , sont proportionnelles : & parce que les trois lignes FG, KL, DE , sont aussi proportionnelles, par la supposition, il est de nécessité que les quatre FG, KL, DE, HI , soient continuellement proportionnelles. Ce qu'il falloit démontrer.

P R O .

PROBLEME. V.

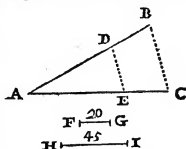
Entre deux Lignes données, trouver deux Moyennes proportionnelles.

Ayant porté chacune des deux Ligne données sur la Ligne des Parties égales du Compas de proportion, ou sur quelque autre Ligne divisée en Parties égales, pour sçavoir le nombre des Parties égales que chacune contient, appliquez la longueur de la plus grande Ligne donnée, de part & d'autre sur la Ligne des Solides du Compas de proportion, à un nombre égal à celui de ses Parties égales; & le Compas de proportion demeurant ainsi ouvert, prenez sur la même Ligne des Solides, de côté & d'autre, la distance du nombre égal à celui des Parties égales de l'autre Ligne donnée, pour avoir la plus grande des deux Moyennes proportionnelles qu'on cherche, entre laquelle & la plus petite Ligne donnée, une Moyenne proportionnelle, sera la plus petite des deux Moyennes qu'on cherche.

EXEM-

E X E M P L E.

Qu'il faille trouver deux Moyennes proportionnelles entre les deux Lignes données FG, HI, dont la plus petite FG contienne par exemple 20 Parties égales, & la plus grande HI en contienne 45. Supposons que les Lignes AB, AC, soient chacune la Ligne des Solides du Compas



de proportion, dont le centre est A : que les points B, C, soient chacun le 45^e Solide, & les points D, E, chacun le 20^e Solide. Appliquez la longueur de la plus grande Ligne HI sur la Ligne des Solides, de part & d'autre aux points B, C, en sorte que la distance BC, de 45 à 45, soit égale à la plus grande Ligne donnée HI ; & alors la distance DE, de 20 à 20, sera la plus grande des deux Moyennes proportionnelles qu'on cherche, c'est-à-dire la troisième de quatre continuellement proportionnelles, dont

dont FG est la premiere , & HI la quatrième : & si entre cette troisième trouvée DE, & la premiere FG, on trouve une Moyenne proportionnelle , on aura la seconde.

DEMONSTRATION.

Car dans les Triangles isosceles semblables ABC, ADE, on a par 4. 6. cette analogie, AB, AD :: BC, DE, ou AB, AD :: HI, DE, à cause de BC égale à HI, par la construction; c'est pourquoy par 37. 11. on aura celle-cy, ABc, ADc :: Hlc, DEc: & si à la place des deux premiers termes ABc, ADc, on met les deux nombres 45, 20, qui sont en même raison, par la construction de la Ligne des Solides, ou bien si à la place de ces deux nombres 45, 20, on met les deux Lignes HI, FG, qui sont aussi en même raison, on aura cette autre analogie, HI, FG :: Hlc, DEc: & enfin si aux deux premiers termes HI, FG, considerez comme des hauteurs, on donne la base commune Hlq, on aura cette dernière analogie, Hlc, FGHIq :: Hlc, DEc, où l'on voit que le Solide FGHIq est égal

118 USAGE DE LA LIGNE

égal au cube DE. D'où il suit, par le Lemme precedent, que la Ligne DE est la plus grande des deux Moyennes proportionnelles qu'on cherche. Ce qu'il fa-
loit démontrer.

S C O L I E.

Si les nombres des Parties égales des deux Lignes données sont trop grands, on se servira de leurs moitez, ou de leurs tiers, comme il faudroit se servir des doubles ou des triples des deux mêmes nombres, s'ils étoient trop petits.

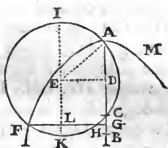
Or comme l'usage de deux Moyennes proportionnelles entre deux Lignes données, est absolument necessaire pour la reduction d'un solide en cube, nous ajoûterons icy, pour finir agreablement ce Traité, une maniere facile de

Trouver geometriquement entre deux Lignes données, deux Moyennes proportionnelles.

Pour trouver deux Moyennes proportionnelles entre les deux Lignes données AB, AC, divisez l'une de ces deux, comme AC, en deux également au point D, & luy tirez par ce point D, la

la perpendiculaire DE, égale à la moitié de l'autre Ligne donnée AB, pour décrire du centre E, par les points A, C, une circonférence de Cercle AIFK.

Après cela décrivez par le point A, sur l'axe AC, la Parabole FAM, dont le Paramètre soit AC; & par la section F du Cercle & de



la Parabole, tirez la droite FG, perpendiculaire à l'axe AC; & les deux Lignes AG, FG, seront les deux Moyennes qu'on cherche: de sorte que les quatre Lignes AB, AG, FG, AC, seront dans une continuelle proportion.

DEMONSTRATION.

Car si on tire le Diamètre IK perpendiculaire à la Ligne FG, ou parallèle à l'axe AB, les deux Lignes LF, LH, seront égales entr'elles, par 3. 3. ensuite de quoy, on connoîtra aisément que la somme des deux Lignes FG, GH, est égale à la Ligne AB.

Cela étant supposé, on considérera que

que par la propriété de la Parabole, on a cette analogie, $AC, FG :: FG, AG$, & que par la propriété du Cercle, on a celle-cy, $CG, GH :: FG, AG$. C'est pourquoy on aura celle-cy, $AC, CG :: FG, GH$; & en compoſant, on aura celle-cy, $AC, AG :: FG, AB$, parce que la Ligne AB eſt égale à la ſomme des deux FG, GH . De cette derniere analogie, & de la premiere, il ſuit que les quatre Lignes AB, AG, FG, AC , ſont dans une proportion continuë. Ce qu'il falloit démonſtrer.

Nous avons donné dans nôtre grand Traité d'Algebre, douze manieres différentes & très-ſimples, pour la ſolution de ce Probleme: mais comme celle-cy me ſemble la plus facile de toutes, outre que ce n'eſt pas icy le lieu d'en parler davantage, nous mettrons fin à ce Traité, pour venir plûtôt au ſuivant.

Fin du premier Traité.

TRAITÉ
DE LA
DIVISION
DES
CHAMPS.





T R A I T E
D E L A
D I V I S I O N
D E S
C H A M P S.

LA division des Champs sert pour partager une piece de terre entre deux ou plusieurs personnes, en sorte que chacune en ait une portion égale, ou telle autre partie que l'on voudra. Pour proceder par ordre, nous commencerons par le Triangle, qui est la premiere des Figures, pour aller ensuite aux Figures de quatre côtez, & en après aux Polygones, comme vous allez voir dans les Chapitres suivans.

F 2

C H A.



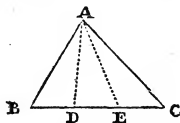
CHAPITRE I.

De la division des Triangles.

PROBLEME I.

Diviser le Triangle donné ABC, en autant de Parties égales qu'on voudra, par des Lignes tirées de l'angle donné A.

SI vous le voulez diviser en trois Triangles égaux, par exemple, divisez le



côté BC opposé à l'angle A, en trois Parties égales aux points D, E, & menez les droites AD, AE, & les trois Triangles BAD, DAE, EAC, seront égaux par 38. 1.

S c o-

S C O L I E.

Il est évident par 1. 6. que si on vouloit diviser le Triangle donné ABC, en plusieurs Parties inégales selon une raison donnée, il faudroit diviser le côté BC selon cette même raison, en autant de Parties inégales.

P R O B L E M E II.

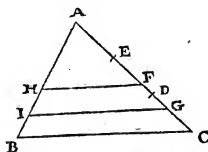
Diviser le Triangle donné ABC, en autant de Parties égales qu'on voudra, par des Lignes parallèles au côté BC.

SI vous le voulez diviser en trois Parties égales par exemple, divisez l'un des deux autres côtés AB, AC, comme AC, en trois également aux deux points D, E, & coupez le même côté AC aux deux points F, G, en sorte que la Partie AF soit Moyenne proportionnelle entre AC, CD, & la Partie AG Moyenne proportionnelle entre AC, CE. Après cela

F 3 tirez

126 DES TRIANGLES.

tirez par les deux points F, G, au côté BC, les parallèles FH, GI, les-



quelles diviseront le Triangle proposé ABC, en trois Parties égales.

DEMONSTRATION.

Car puisque les deux Triangles AHF, ABC, sont semblables, ils sont dans la raison des Quarrez AF, AC, qui est la même que celle des Lignes CD, AC, à cause des trois proportionnelles CD, AF, AC; & parce que CD est le tiers de AC, le Triangle AHF est aussi le tiers du Triangle ABC.

Pareillement de ce que les Triangles AIG, ABC, sont semblables, ils sont dans la raison des Quarrez AG, AC, qui est la même que celle des Lignes CE, AC, à cause des trois proportionnelles CE, AG, AC; & parce que CE

CE est les deux-tiers de AC, le Triangle AIG est aussi les deux-tiers du Triangle ABC. D'où il est aisé de conclure que les deux Trapezoïdes BIGC, HIGF, sont chacun le tiers du même Triangle ABC, & qu'ainsi le Triangle proposé ABC est divisé en trois Parties égales par les deux Lignes GI, FH, qui sont paralleles au côté BC. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

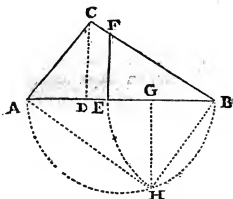
S C O L I E.

Si on vouloit diviser le Triangle ABC en deux fois plus de parties, il faudroit diviser en deux également le Triangle AHF, par une Ligne parallele au côté HF, comme il vient d'être enseigné, & aussi en deux également chacun des deux Trapezoides HIGF, IBCG, par une Ligne parallele au côté IG, comme il sera enseigné au Probl. X. Chap. II.

PROBLEME III.

Diviser en deux également le Triangle ABC, par une Ligne perpendiculaire au côté AB.

Ayant divisé le côté AB en E, en sorte que le Quarré BE soit égal à la moitié du Rectangle sous le côté



AB, & le segment BD terminé par la perpendiculaire CD, tirez du point E, au côté AC, la perpendiculaire EF, qui divisera en deux également le Triangle proposé ABC.

DE-

D E M O N S T R A T I O N.

Dans les Triangles semblables CDB, FEB, on a cette analogie, $BD, CD :: BE, EF$; c'est pourquoy si aux deux premiers termes BD, CD , on donne la hauteur commune AB , & aux deux derniers la hauteur commune BE , on aura celle-cy, $ABD, ABCD :: BE^2, BEF$, où l'on voit que puisque le Rectangle ABD est double du Quarré BE , il faut que le Rectangle $ABCD$ soit aussi double du Rectangle BEF ; & en prenant leurs moitez, on connoitra que le Triangle ABC est double du Triangle FEB . Ce qu'il falloit faire & démontrer.

Pour trouver le point E , divisez le segment BD en deux également au point G , & tirez par ce point G au même segment BD , la perpendiculaire GH , qui sera terminée en H par un demi-cercle décrit à l'entour du côté AB ; & il n'y aura plus qu'à faire BE égale à BH , dont le Quarré, ou le Rectangle ABG , est bien la moitié du Rectangle ABD .

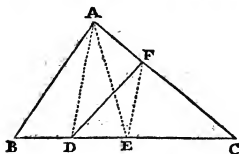
S C O L I E.

On peut de la même façon diviser le Triangle donné ABC , en autant de Parties égales qu'on voudra, par des Lignes perpendiculaires au côté AB : comme si on le vouloit diviser par exemple en trois Parties égales, il faudroit premièrement prendre la Ligne BG , égale au tiers du Segment BD , pour avoir le Quarré BE , égal au tiers du Rectangle ABD , & par conséquent le Triangle BEF égal au tiers du proposé ABC . Il faudroit ensuite prendre la Ligne BG égale aux deux-tiers du Segment BD , &c. Mais il ne faut pas que le point F tombe au de-là du point C .

PROBLEME IV.

Diviser le Triangle donné ABC en deux également, par une Ligne tirée du point donné D sur le côté BC.

Ayant tiré du point donné D, à l'angle opposé A, la droite AD, tirez par le point E, milieu de BC, à la Ligne AD, la parallèle EF, & menez la



droite DF, qui divisera le Triangle proposé ABC, en deux également.

DEMONSTRATION.

Car si on joint la droite AE, on

F 6 con-

132 DES TRIANGLES.

connoîtra par 1. 6. que le Triangle BAE est la moitié du Triangle ABC; & parce que le Trapeze ABDF est égal au Triangle BAE, comme nous avons démontré dans nôtre Geometrie pratique, il s'ensuit que le Trapeze ABDF est aussi la moitié du Triangle ABC, & qu'ainsi le Triangle proposé ABC se trouve divisé en deux également par la droite DF. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

S C O L I E.

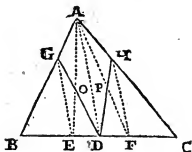
On peut par cette maniere diviser le Triangle donné ABC en plusieurs Parties égales, par plusieurs lignes tirées du point D: comme si on le vouloit diviser en trois Parties égales, il faudroit faire BE égale au tiers de BC, pour avoir le Trapeze ABDF égal au tiers du Triangle ABC, & ensuite faire BE égale aux deux-tiers de BC, &c. Mais cela se concevra mieux dans le Probleme suivant.

PRO-

PROBLEME V.

Diviser le Triangle donné ABC, en autant de Parties égales que l'on voudra, par des Lignes tirées du point donné D sur le côté donné BC.

Pour le diviser en trois Parties égales par exemple, divisez le côté donné BC, aussi en trois Parties égales, aux deux points E, F; & ayant tiré la droite AD, tirez-luy par les deux



points E, F, les paralleles EG, FH, pour avoir sur les côtez AB, AC, les deux points G, H; par lesquels on tirera au point donné D, les droites
F 7 DG,

DG, DH, qui diviseront le Triangle proposé ABC en trois Parties égales.

D E M O N S T R A T I O N.

Car si on mène les droites AE, AF, on connoîtra par 1. 6. que chacun des deux Triangles BAE, CAF, est le tiers du Triangle ABC; & parce que le Triangle BAE est égal au Triangle BGD, à cause des Triangles égaux GOA, DOE, parties des Triangles égaux GAE, GDE, le Triangle BGD fera aussi le tiers du Triangle ABC. Par un semblable raisonnement, on connoîtra que le Triangle CAF est aussi égal au Triangle DHC, à cause des deux Triangles égaux APH, DPF, parties des Triangles égaux AFH, DFH, & que par conséquent le Triangle DHC est aussi le tiers du Triangle ABC. D'où il suit que le Trapeze AGDH est aussi le tiers du même Triangle ABC, & qu'ainsi les deux Lignes DG, DH, divisent le Triangle proposé ABC en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

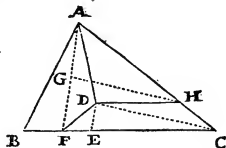
S C O L I E.

Si on vouloit diviser le Triangle donné ABC en deux fois plus de parties, on devroit diviser par *Probleme I.* chacun des deux Triangles DGB, DHC, en deux également par des Lignes tirées de l'Angle D, & aussi le Trapeze AGDH en deux également, par une Ligne tirée du même Angle D, comme il sera enseigné au *Probleme VII. Chap. II.*

PROBLEME VI.

Tirer du point donné D, au dedans du Triangle donné ABC, trois Lignes, en sorte que l'une passe par l'Angle donné A, & que les trois divisent le Triangle donné ABC en trois parties égales.

Ayant fait BE, égal au tiers de BC, tirez à la Ligne DE, par l'An-



gle donné A, la parallèle AF, & à la Ligne DC, par le point G, milieu de AF, la parallèle GH. Enfin tirez du point donné D, par les trois points A, F, H,

C H A P I T R E I. 137
F, H, les Lignes DA, DF, DH,
qui diviseront le Triangle proposé ABC,
en trois parties égales.

D E M O N S T R A T I O N.

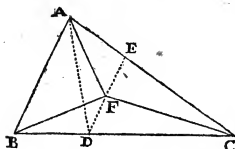
Car il est déjà bien évident que le
Trapeze ABFD est le tiers du Trian-
gle ABC, & nous démontrerons au
Probleme VII. Chapitre II. que l'autre
Trapeze ACFD, est divisé en deux
également par la droite DH. D'où il suit
que le Triangle proposé ABC, se trou-
ve ainsi divisé en trois parties égales.
Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PRO-

PROBLEME VII.

Diviser le Triangle donné ABC, en trois parties égales, par trois Lignes tirées aux trois Angles A, B, C.

Ayant pris sur l'un des côtez, comme sur BC, la troisième partie BD, tirez par le point D, au côté adja-



cent AB, la parallele DE, & par son point du milieu F, tirez les trois Lignes FA, FB, FC, qui diviseront le Triangle proposé ABC, en trois parties égales.

DE-

D E M O N S T R A T I O N .

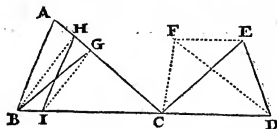
Car il est déjà bien évident que le Triangle AFB est le tiers du Triangle ABC, parce qu'il est égal au Triangle ABD, qui est le tiers du Triangle ABC, par 1. 6. Il est évident aussi que chacun des deux autres Triangles AFC, BFC, est le tiers du même Triangle ABC, parce qu'ils sont égaux entr'eux, à cause des deux Triangles égaux CFD, CFE, & des trois égaux AFD, AFE, BFD, par 38. 1. D'où il suit que les trois Lignes FA, FB, FC, divisent le Triangle proposé ABC, en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PRO.

PROBLEME VIII.

Retrancher du Triangle donné ABC, un Triangle égal au donné CDE, & ayant un Angle égal à l'un de ceux du Triangle donné ABC.

AYant fait au point D, l'Angle CDF, égal à l'Angle ACB, par la droite DF, qui sera terminée en F par la Ligue EF, parallèle au côté CD, faites CI



égale à DF, & CH égale à CD, & menez la droite HI, qui retranchera le Triangle CIH égal au Triangle CDE.

DEMONSTRATION.

Car on connoît par 4. 1. que le Triangle

C H A P I T R E I. 141
 gle CIH est égal au Triangle CDF: &
 parce que le Triangle CDF est égal au
 Triangle CDE par 37. 1. il suit que le
 Triangle CIH est aussi égal au Triangle
 CDE. Ce qu'il falloit faire & démon-
 trer.

P R O B L E M E I X.

*Retrancher du Triangle donné
 ABC, un Triangle égal au don-
 né CDE, par une Ligne tirée
 de l'Angle donné B.*

AYant fait une construction sembla-
 ble à celle du Probleme precedent,
 & de plus ayant tiré par le point I, à la
 Ligne BH, la parallele IG, menez la
 droite BG, qui retranchera le Triangle
 CBG, égal au donné CDE.

D E M O N S T R A T I O N.

Car à cause des deux paralleles CD,
 EF, le Triangle DCF est égal au donné
 CDE, par 37. 1. & à cause des quatre
 proportionnelles CB, CH, CI, CG,
 ou

ou CB, CD, DF, CG, & des deux angles égaux BCG, CDF, le Triangle BGC sera égal au Triangle CFD, & par conséquent au donné CDE, par 15. 6. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

P R O B L E M E X.

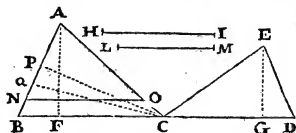
Retrancher du Triangle donné ABC, un Triangle égal au donné CDE, par une Ligne tirée par le point I donné sur le côté BC.

Ayant fait au point D, l'angle CDF, égal à l'angle ACB, par la droite DF, terminée en F par la Ligne EF, parallèle au côté CD, cherchez aux trois Lignes IC, CD, DF, une quatrième proportionnelle CH, & menez la droite HI, qui retranchera le Triangle CHI, égal au donné CDE, & la démonstration s'en fera comme au Probleme précédent.

PROBLEME XI.

Retrancher du Triangle donné ABC, un Triangle égal au donné CDE, par une Ligne parallèle au côté donné BC.

Ayant trouvé entre la base BC, & la hauteur AF, une moyenne proportionnelle HI, & pareillement entre



la base CD, & la hauteur EG, une moyenne proportionnelle LM, cherchez aux trois Lignes HI, LM, AB, une quatrième proportionnelle AN; & tirez par le point N, au côté donné BC, la parallèle NO, qui retranchera le Triangle ANO égal au donné CDE.

D E.

D E M O N S T R A T I O N .

Car puisque les quatre Lignes HI, LM, AB, AN, sont proportionnelles, on aura cette Analogie $HIq, LMq :: ABq, ANq$; & si à la place du quarré HI, on met le Rectangle AFBC, qui luy est égal, à cause de trois proportionnelles AF, HI, BC, & à la place du quarré LM, le Rectangle EGCD, qui luy est égal, parce que la Ligne LM a esté faite moyenne proportionnelle entre les deux EG, CD; & enfin qu'à la place des deux quarrés AB, AN, on mette les Triangles semblables ABC, ANO, qui sont en même raison, par 19. 6: on connoîtra que le Rectangle AFBC, est au Rectangle EGCD, comme le Triangle ABC, au Triangle ANO. Et encore si à la place des deux Rectangles AFBC, EGCD, on met leurs moitez, ou les Triangles ABC, CDE; on connoîtra que les quatre Triangles ABC, CDE :: ABC, ANO, sont proportionnels, & que par conséquent le Triangle ANO doit estre égal au Triangle donné CDE. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

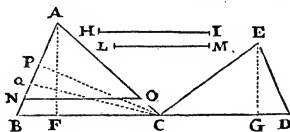
S c o-

SCOLIE.

Ce Probleme se peut résoudre autrement & plus facilement en cette sorte. Ayant trouvé à la hauteur CP, à la hauteur EG, & à la base CD, une quatrième proportionnelle AQ, cherchez entre AB, AQ, une moyenne proportionnelle AN; & tirez par le point N, au côté donné BC, la parallèle NO, qui retranchera le Triangle ANO égal au donné CDE.

DEMONSTRATION.

Car puisque les quatre Lignes CP, EG, CD, AQ, sont proportionnel-



les, le Rectangle CPAQ sera égal au Rectangle CDEG; c'est pourquoy leurs Moitez, ou les Triangles AQC, CDE, G seront

146 DES TRIANGLES.

seront aussi égaux : & parce que les Triangles semblables ABC , ANO , sont dans la raison des quarrés AB , AN , qui est la même que celle des Lignes AB , AQ , ou des Triangles ABC , AQC ; le Triangle ANO sera égal au Triangle AQC , & par conséquent au Triangle donné CDE .

Nous pourrions ajouter icy plusieurs autres Problemes touchant la division des Triangles, par des Lignes tirées d'un point donné au dedans ou au dehors du Triangle proposé: mais comme ces sortes de Problemes sont plus curieux qu'utilles, & que leur construction est plus embarrassée, nous les laisserons pour venir plutôt à la division des Figures de quatre côtez.

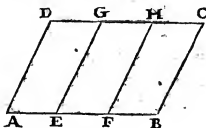
CHAPITRE II.

De la Division des Quadrangles.

PROBLEME I.

Diviser le Parallelogramme donné ABCD, en autant de parties égales qu'on voudra, par des Lignes paralleles au côté donné AD, ou BC.

SI vous le voulez diviser en trois parties égales, par exemple, divisez le



côté AB en trois également aux points E, F, par où vous tirerez à l'autre côté AD, les paralleles EG, FH, qui

G 2

di-

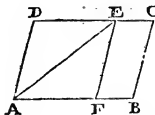
148 DES QUADRANGLES.

diviseront le Parallelogramme proposé ABCD, en trois parties égales, comme il est évident par 36. 1.

PROBLEME II.

Diviser le Parallelogramme donné ABCD, en trois parties égales, en commençant par l'Angle donné A.

Ayant fait les deux Lignes CE, BF, égales chacune au tiers du



côté AB, menez les droites AE, EF, qui diviseront le Parallelogramme proposé ABCD, en trois parties égales.

D E-

DEMONSTRATION.

Car il est déjà bien évident par 1. 6. que le Parallelogramme EFBC est le tiers du proposé ABCD, & par 34. 1. que l'autre ADEF est divisé en deux également par la Diagonale AE. Donc, &c.

PROBLEME III.

Diviser le Parallelogramme donné ABCD, en trois parties égales, en commençant par le point E donné sur le côté AB.

Ayant divisé le côté AB en trois parties égales, aux points F, G,



faites DI égale à EG, & divisez IC en deux également au point K, & EB en deux
G ; deux

150 DES QUADRANGLES.

deux également au point L, pour tirer les droites EI, KL, qui diviseront le Parallelogramme proposé ABCD, en trois parties égales.

DEMONSTRATION.

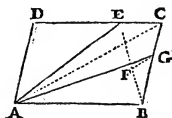
Car si l'on tire par le point F, au côté AD, la parallèle FH, la Ligne DH sera égale à la Ligne AF, & par conséquent à la Ligne FG: & si des deux Lignes égales EG, DI, on ôte les deux égales FG, DH, il restera la Ligne EF égale à la Ligne HI; ce qui fait que les deux Triangles équiangles OEF, OHI, sont égaux, par 2.6. 1. & que par conséquent le Trapezoïde AEID est égal au Parallelogramme AFHD, & conséquemment au tiers du Parallelogramme proposé ABCD. Et parce que l'autre Trapezoïde EBCI, se trouve divisé en deux également par la droite KL, comme nous démontrerons au Probleme VI. il s'ensuit que le Parallelogramme proposé ABCD, est divisé en trois parties égales par les Lignes IE, KL. Ce qu'il faisoit faire & démontrer.

P R O.

P R O B L E M E I V.

Diviser le Parallelogramme donné ABCD, en trois parties égales, par deux Lignes tirées de l'Angle donné A.

Ayant fait la Ligne CE, égale au tiers du côté CD, & ayant tiré par le point F, milieu de la Ligne BE, à la



Diagonale AC, la parallele FG, menez les deux Lignes AE, AG, qui diviseront le Parallelogramme proposé ABCD, en trois parties égales.

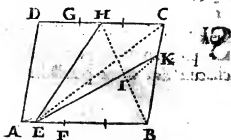
D E M O N S T R A T I O N .

Car il a esté démontré au Probleme II. que le Triangle ADE est égal au tiers du Parallelogramme proposé ABCD; & il sera démontré au Probleme VII. que la Ligne AG divise le Trapeze ABCE en deux également. D'où il suit que les Lignes AE, AG, divisent le Parallelogramme proposé ABCD, en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME. V.

Diviser le Parallelogramme donné ABCD, en trois parties égales, par deux Lignes tirées du point donné E sur le côté donné AB.

Ayant fait les Lignes AF, DG, égales chacune au tiers du côté AB, & la Ligne GH égale à la Ligne



EF, tirez par le point I, milieu de la Ligne BH, à la Ligne EC, la parallele IK, & menez les deux Lignes EH, EK, qui diviseront le Parallelogramme proposé ABCD, en trois parties égales.

G 5

DE

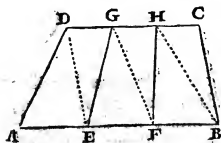
DEMONSTRATION.

Car il a esté démontré au Probleme III. que le Trapezoïde AEHD est le tiers du Parallelogramme ABCD, & le reste se démontrera au Probleme VII.

PROBLEME VI.

Diviser le Trapezoïde donné ABCD, en autant de Parties égales qu'on voudra.

Si vous le voulez diviser par exemple, en trois parties égales, divisez chacun des côtez paralleles AB, CD,



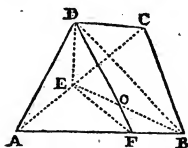
en trois parties égales aux points E, F, G, H, & menez les droites EG, FH,

FH, qui diviseront le Trapezoïde proposé ABCD, en trois parties égales, puisque ces trois sont composées de Triangles égaux, &c.

PROBLEME VII.

Diviser le Trapeze donné ABCD, en deux également, par une Ligne droite tirée de l'Angle donné D.

Ayant tiré par le point E, milieu de la Diagonale AC, la droite EF, parallèle à l'autre Diagonale BD, menez



la droite DF, qui divisera le Trapeze proposé ABCD, en deux parties égales.

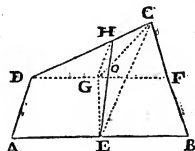
D E M O N S T R A T I O N .

Car si aux Triangles égaux DEA, DEC, on ajoute les Triangles égaux AEB, CEB, on aura le Trapeze ADEB, égal au Trapeze CDEB : & à cause du Trapeze ADEB, égal au Triangle ADF, & du Trapeze CDEB égal au Trapeze CDFB, parce que les deux Triangles DEO, BFO, sont égaux, comme l'on connoîtra en ôtant des deux Triangles égaux DEB, DFB, le Triangle commun DOB ; il s'ensuit que le Triangle ADF, est égal au Trapeze CDFB, & qu'ainsi la Ligne DF divise le Trapeze donné ABCD, en deux également, Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME VIII.

Diviser le Trapeze donné ABCD, en deux également, par une Ligne droite tirée du point E milieu du côté AB.

Ayant tiré par l'Angle D, au côté donné AB, la parallele DF, tirez par son point du milieu G, à la Li-



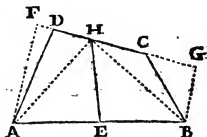
gne EC, la parallele GH, & menez la droite EH, qui divisera le Trapeze proposé ABCD, en deux également.

DEMONSTRATION.

Car si aux deux Trapezoïdes AEGD, BEGF, qui sont égaux par le Problème VI. on ajoute les Triangles GCD, GCF, qui sont aussi égaux, par 38. 1. on aura le Pentagone AEGCD égal au Trapeze EGCB, ou le Trapeze AEHD égal au Trapeze EHCB, à cause des deux Triangles égaux EGO, CHO, comme l'on connoîtra en ôtant des deux Triangles égaux EGC, EHC, le Triangle commun EOC, ou des deux égaux EGH, CGH, le commun GOH, &c.

S C O L I E.

Ce Probleme se peut résoudre autre-



ment, & très-facilement en cette sorte. Ayant tiré des deux points A, B, sur
la

C H A P I T R E I I. 139

le côté CD, les deux perpendiculaires AF, BG, cherchez aux trois Lignes AF + BG, BG, CD, une quatrième proportionnelle DH, & menez la droite EH, qui divisera le Trapeze proposé ABCD, en deux parties égales.

D E M O N S T R A T I O N.

Car puisque par la construction, nous avons cette Analogie, $AF + BG, BG :: CD, DH$; en divisant, on aura celle-cy, $AF, BG :: CH, DH$; & le Rectangle AFDH sera égal au Rectangle BGCH, & par conséquent le Triangle AHD au Triangle BHC: & à cause de l'égalité des deux Triangles AEH, BEH, il s'ensuit que le Trapeze ADHE est égal au Trapeze BCHE, & qu'ainsi la Ligne EH divise le Trapeze proposé ABCD en deux parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

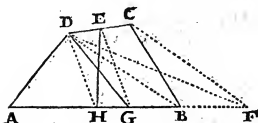
Ce même Probleme se peut aussi résoudre par le moyen du suivant, qui est plus general.

P R O

PROBLEME IX.

Diviser le Trapeze donné ABCD, en deux également, par une Ligne droite tirée du point E donné sur le côté CD.

Ayant tiré de l'Angle C, à la Diagonale DB, la parallele CF, qui rencontre le côté AB, prolongé en F, divisez AF en deux également au point



G; & ayant tiré de l'Angle D, à la Ligne EG, la parallele DH, menez la droite EH, qui divisera en deux également le Trapeze proposé ABCD.

DEMONSTRATION.

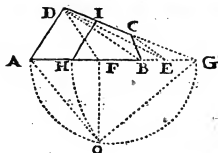
Car à cause du Triangle ADF, égal au Trapeze ABCD, comme nous avons démontré dans nôtre Geometrie pratique, sa moitié, ou le Triangle ADG, sera aussi la moitié du Trapeze ABCD: & parce que ce même Triangle ADG, est égal au Trapeze ADEH, à cause des paralleles EG, DH, il suit que ce Trapeze ADEH, est aussi la moitié du donné ABCD, & que par consequent la Ligne DG divise le Trapeze donné ABCD en deux parties égales. Ce qu'il falloit faire. & démontrer.

P R O.

PROBLEME X.

Diviser le Trapeze donné ABCD, en deux également, par une Ligne parallele au côté donné AD.

Ayant tiré par l'Angle C, à la Diagonale DB, la parallele CE, qui rencontre icy le côté AB prolongé en E, & ayant divisé AE en deux éga-



lement au point F, prolongez le côté CD, jusqu'à ce qu'il rencontre le côté AB prolongé en G, & abaissez du point F, sur AG, la perpendiculaire FO, qui sera finie en O, par un demi-cercle décrit à l'entour de AG. Faites enfin
GH

GH égale à GO, & tirez par le point H, au côté AD, la parallèle HI, qui divisera le Trapeze proposé ABCD en deux parties égales.

D E M O N S T R A T I O N .

Car à cause du Triangle ADE, égal au Trapeze ABCD, comme nous avons démontré dans nôtre Geometrie pratique, la moitié ou le Triangle ADF, sera égal au Trapeze BCDF: & parce que le Triangle AOG est rectangle, par 31. 3. les deux Triangles. AOG, FOG, seront semblables, par 8. 6. & par 4. 6. la Ligne GO, ou son égale GH, sera moyenne proportionnelle entre les deux AG, GF; c'est pourquoy la raison de ces deux Lignes. AG, GF, sera égale à celle des deux quarrez AG, GH, par Coroll. 20. 6. laquelle raison est la même que celle des Triangles semblables ADG, HIG, par 19. 6. Et comme la raison des mêmes Lignes. AG, GF, est aussi égale à celle des deux Triangles ADG, FDG, par 1. 6. on conclut aisément, que la raison des deux Triangles ADG, HIG, est égale à celle des deux Triangles ADG,

164 DES QUADRANGLES.

ADG, FDG, & que par conséquent le Triangle HIG est égal au Triangle FDG; c'est pourquoy si de chacun on ôte le Triangle commun BCG, il restera le Trapeze BCIH, égal au Trapeze BCDF, ou à la moitié du Trapeze donné ABCD. D'où il suit que la droite HI divise le Trapeze proposé ABCD, en deux parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

S C O L I E.

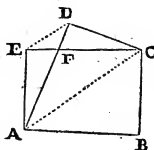
Ce Probleme se peut résoudre autrement, & assez facilement, pourvû que l'on sçache réduire un Trapeze en Trapezoïde, & diviser un Trapezoïde en deux également par une Ligne parallele à l'un des deux côtez paralleles. Ce que nous enseignerons icy brièvement.

Pour réduire premierement le Trapeze ABCD, en Trapezoïde, tirez de l'Angle A, au côté BC, la parallele AE, qui sera finie en E, par la Ligne DE, parallele à la Diagonale AC; & menez la droite EC, & le Trapezoïde ABCE sera égal au Trapeze proposé ABCD.

DE-

DEMONSTRATION.

Car si des deux Triangles égaux AEC, ADC, par 37. 1. on ôte le



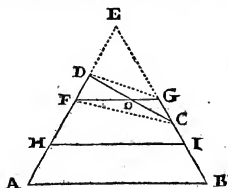
Triangle commun AFC, on aura le Triangle AFE égal au Triangle CFD; & si à chacun de ces deux Triangles égaux AFE, CFD, on ajoute le Trapeze ABCF, on aura le Trapezoïde ABCE, égal au Trapeze donné ABCD. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

Bien que cette methode soit courte & facile, neanmoins elle ne se trouve pas propre pour nôtre dessein, qui est de diviser un Trapeze en deux également; parce que dans cette réduction il y a deux côtez qui changent. C'est pourquoy nous enseignerons icy une autre methode

166 DES QUADRANGLES.

methode pour réduire un Trapeze en Trapezoïde, en changeant seulement un côté.

Pour donc reduire le Trapeze ABCD, en Trapezoïde, prolongez les deux côtez AD, BC, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en E; & coupez le côté AE en F, en sorte que le côté BE soit au côté AE, comme le Rectangle



CED, au carré EF, ce qui est facile. Après cela menez la droite CF, & luy tirez par le point D, la parallele DG. Enfin menez la droite FG, qui sera parallele au côté AB; & le Trapezoïde ABGF sera égal au Trapeze proposé ABCD.

DE-

DEMONSTRATION.

Car à cause des Triangles semblables EFC, EDG le Rectangle FEG, sera égal au Rectangle CED, & l'on pourra faire cette Analogie, FEG, EFq :: CED, EFq; & à cause que EF est une hauteur commune aux deux premiers Rectangles, on pourra faire celle-cy, EG, EF :: CED, EFq. Et si au lieu des deux derniers termes CED, EFq, on met les deux Lignes BE, AE, qui sont en même raison par la construction, on aura cette dernière Analogie, EG, EF :: BE, AE, laquelle fait connoître par 6. 6. que le petit Triangle EFG est semblable au grand EAB, & que par conséquent le côté FG est parallele au côté AB; & qu'ainsi la figure ABGF est un Trapezoïde, lequel est égal au Trapeze proposé ABCD, à cause de l'égalité des deux Triangles FDC, FGC, par 37. 1. desquels ôtant le Triangle commun FOC, il restera le Triangle FOD égal au Triangle COG; c'est pourquoy si à chacun de ces deux Triangles égaux FOD, COG, on ajoute le Pentagone commun ABCOF, on aura le Trapeze ABCD égal au Trape-

pezoïde ABGF. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

Il ne reste plus qu'à vous enseigner la manière de diviser en deux également le Trapezoïde ABGF, par une Ligne parallele au côté AB; ce qui se fera en cette sorte.

Coupez le côté AE en H, en sorte que le quarré EH, soit la moitié de la somme des deux EA, EF; & menez par le point H, à la Ligne AB, la parallele HI, qui divisera le Trapezoïde ABGF, & par conséquent le Trapeze proposé ABCD, en deux également.

DEMONSTRATION.

Car puisque la somme des quarez EA, EF, est double du quarré EH, par la construction, les trois quarez EF, EH, EA, & par conséquent les Triangles semblables EFG, EHI, EAB, qui sont en même raison, par 19. 6. seront en proportion arithmetique: c'est pourquoy l'excez du second sur le premier, sçavoir le Trapeze HIGF, sera égal à l'excez du troisiéme sur le second, c'est à dire au Trapeze ABIH. Ainsi la Ligne HI divise en deux parties égales le Tra-

C H A P I T R E I I. 169
 Trapezoïde ABGF, & par conséquent
 le Trapeze proposé ABCD. Ce qu'il
 falloit faire & démontrer.

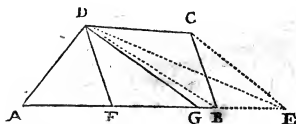
C O R O L L A I R E.

Il suit de la pratique de ce Probleme,
 & du *Probleme VI.* une maniere aisée
 pour diviser un Trapezoïde donné, en
 quatre parties égales, par deux Lignes
 perpendiculaires entr'elles.

P R O B L È M E X I.

*Diviser le Trapeze donné ABCD,
 en trois parties égales, par deux
 Lignes tirées de l'Angle donné D.*

Ayant tiré de l'Angle C, à la Dia-
 gonale DB, la parallele CE, qui



rencontre le côté AB prolongé en E,
 H divi-

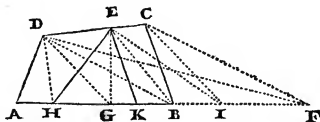
170 DES QUADRANGLES.

divisez la Ligne AE, en trois parties égales, aux points F, G, & menez les droites DF, DG, qui diviseront le Trapeze proposé ABCD, en trois parties égales, à cause du Triangle ADE, qui est égal au Trapeze ABCD, & qui est divisé en trois également par les droites DF, DG: il faut prendre garde que le point G ne doit pas passer au delà du point B.

PROBLEME XII.

Diviser le Trapeze donné ABCD, en trois parties égales, par deux Lignes tirées du point E, donné sur le côté CD.

Ayant tiré de l'Angle C, à la Diagonale DB, la parallele CF, qui



rencontre le côté AB prolongé en F,
fai-

C H A P I T R E I I. 171
 faites AG égale à un tiers de AF; & ayant tiré à la Ligne GE la parallèle DH, & à la Ligne BE la parallèle CI, faites HK égale à la moitié de HI, & menez les droites EH, EK, qui diviseront le Trapeze proposé ABCD, en trois parties égales.

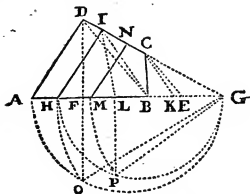
D E M O N S T R A T I O N.

Car puisque le Triangle ADF est égal au Trapeze ABCD, & que le Triangle ADG en est le tiers, par 1. 6. à cause de la base AG égale au tiers de la base AF, par la construction, le Trapeze ADEH, qui est égal au Triangle ADG, à cause de la Ligne EG, parallèle à la Diagonale DH, sera aussi le tiers du Trapeze ABCD: & parce que le Trapeze restant BCEH se trouve divisé en deux également par la droite EK, parce qu'elle divise en deux également le Triangle HEI, qui est égal au Trapeze BCEH, il s'ensuit que les deux Lignes EH, EK, divisent le Trapeze proposé ABCD, en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME XIII.

*Diviser le Trapeze donné ABCD,
en trois parties égales , par deux
Lignes paralleles au côté donné
AD.*

Ayant tiré par l'Angle C, à la Diagonale DB, la parallèle CE, qui rencontre icy le côté AB prolongé en E, & ayant fait AF égale au tiers de AE, prolongez le côté CD, jusques à



ce qu'il rencontre le côté AB prolongé en G; & cherchez entre AG, GF, une moyenne proportionnelle GH, & tirez

tirez par le point H, au côté AD, la parallele HI. Après cela tirez par le même point C, à la Ligne IB, la parallele CK; & ayant divisé HK en deux également au point L, cherchez entre HG, GL, une moyenne proportionnelle GM, pour tirer par le point M, au même côté AD, la parallele MN: & le Trapeze proposé ABCD se trouvera divisé en trois parties égales, par les deux paralleles HI, MN.

D E M O N S T R A T I O N.

Car on démontrera, comme dans le Probleme X. que le Trapeze ADIH est le tiers du proposé ABCD; & que la Ligne MN divise en deux également le Trapeze HBCI, qui est égal aux deux tiers du proposé ABCD. D'où il est aisé de conclure que les deux Lignes HI, MN, divisent le Trapeze proposé ABCD, en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME XIV.

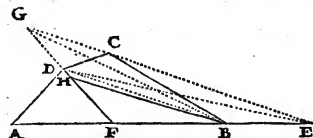
Diviser le Trapeze donné ABCD, en trois parties égales, par deux Lignes tirées des deux Angles opposés B, D.

AYant tiré de l'Angle C, à la diagonale DB, la parallèle CE, qui rencontre le côté AB prolongé en E, faites AF égale à un tiers de AE, & menez la droite DF, laquelle étant prolongée rencontrera la parallèle CE, aussi prolongée, en G; & ayant divisé la Ligne FG en deux également au point H, menez la droite BH: & les deux Lignes DF, BH, diviseront le Trapeze proposé ABCD, en trois parties égales.

DEMONSTRATION.

Car puisque la base AF, du Triangle ADF, est le tiers de la base AE, du Triangle ADE, qui est égal au Trapeze ABCD, ce Triangle ADF sera par 1. 6. le tiers du Triangle ADE, & par consé-

consequent du Trapeze ABCD : & pareillement parce que la base FH, du Triangle FBH, est la moitié de la base FG du Triangle FBG, qui est égal au Trapeze FBCD, ou aux deux-tiers du

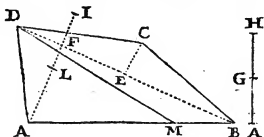


Trapeze ABCD, ce Triangle FBH est la moitié du Triangle FBG, ou du Trapeze FBCD, & par conséquent le tiers du Trapeze ABCD. D'où il suit que le Trapeze proposé ABCD, est divisé en trois parties égales, par les deux Lignes DF, BH. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME XV.

Diviser le Trapeze donné ABCD, en deux parties, dont la raison soit égale à celle des deux Lignes données AG, GH.

Ayant tiré des Angles A, C, sur la Diagonale DB, les perpendiculaires AF, CE, & ayant prolongé AF en I, en sorte que FI soit égale à CE, divisez AI en L, en sorte que les quatre Lignes AH, AG,



AI, AL, soient proportionnelles : & parce que le point L tombe icy sur la perpendiculaire AF, du Triangle ADB, divisez son côté AB en M, en sorte que les quatre Lignes AF, AL, AB, AM, soient proportionnelles ; & menez la droite

droite DM, qui divisera le Trapeze proposé ABCD, en deux parties ADM, BCDM, dont la raison est égale à celle des deux Lignes données AG, GH.

D E M O N S T R A T I O N.

Car puisque par 1. 6. le Triangle ADM est au Triangle BDM, comme AM à BM; en composant, le Triangle ADM sera au Triangle ADB, comme AM à AB, ou comme AL à AF: & pareillement puisque le Triangle ADB est au Triangle CDB, comme AF à CE; ou FI; en composant, le Triangle ADB sera au Trapeze ABCD, comme AF à AI: & si à la place du Triangle ADB, & de la Ligne AF; on met le Triangle ADM, & la Ligne AL, qui sont en même raison, comme il vient d'être démontré, on connoitra que le Triangle ADM est au Trapeze ABCD, comme AL à AI; c'est pourquoy en divisant, le Triangle ADM est au Trapeze BCDM, comme AL à LI, ou comme AG à GH. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

S C O L I E.

On void aisément que par le moyen de ce Probleme, on peut retrancher d'un Trapeze donné, telle partie que l'on voudra, & de plus résoudre le Probleme VII. & diviser un Trapeze donné en autant de parties égales que l'on voudra.

PROBLEME XVI.

*Retrancher d'un Trapeze donné,
une figure égale à une figure
donnée.*

SI l'on réduit en Triangle le Trapeze proposé, comme nous avons fait dans plusieurs Problemes de ce Chapitre, & que de ce Triangle on retranche une figure égale à la donnée par les preceptes du Chapitre precedent, le Probleme sera résolu.

Ou bien on considerera la raison de la figure donnée au Trapeze donné; & à l'aide du Probleme precedent, on divisera le Trapeze donné selon cette raison.

C H A.



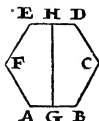
CHAPITRE III.

De la Division des Polygones.

PROBLEME I.

Diviser un Polygone regulier en deux également, par une Ligne tirée du milieu de l'un de ses côtez.

PRemierement si le Polygone regulier est composé d'un nombre pair de côtez, comme l'Exagone ABCDEF, on divisera deux de ses côtez opposez & paralleles, comme AB, DE, chacun en deux également, aux points G, H; par où l'on menera la droite GH, qui divisera en deux parties égales l'Exagone proposé ABCDEF.



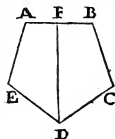
Mais si le Polygone proposé est com-

H 6

po-

180 DES POLYGONES.

posé d'un nombre impair de côtez, comme le Pentagone *ABCDE*, on divisera l'un de ses côtez comme *AB*, en deux également, au point *F*; par où l'on tirera à l'Angle opposé *D*, la droite *DF*, qui divisera le Pentagone proposé *ABCDE*, en deux parties égales.



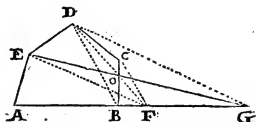
Nous ne donnons pas la démonstration de ces deux pratiques, parce qu'elle est évidente; car on void aisément que chaque Polygone se trouve divisé en deux Trapezes égaux, puisque les Angles & les côtez de l'un, sont égaux aux Angles & aux côtez de l'autre.

L E M.

L E M M E.

Reduire un Polygone proposé en Triangle.

Pour reduire en Triangle un Polygone, comme par exemple le Penta-



gone ABCDE, tirez à l'une de ses Diagonales, comme à la Diagonale DB, par l'Angle voisin C, la parallèle CF, qui rencontre icy le côté opposé AB prolongé en F; & menez la droite DF, pour avoir le Trapeze AEDF, égal au Pentagone proposé ABCDE, à cause du Triangle DOC égal au Triangle BOF: c'est pourquoy il n'y a qu'à reduire en Triangle ce Trapeze AEDF; ce qui se fera en tirant à la Diagonale EF,

H 7

par

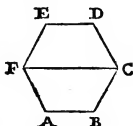
par l'Angle D, la parallèle DG, qui rencontre icy le côté AF prolongé en G, par où vous menerez la droite EG, & vous aurez le Triangle AEG, égal au Trapeze AEDF, ou au Pentagone proposé ABCDE, à cause du Triangle EOD égal au Triangle FOG.

Ainsi vous voyez que l'on peut aisément reduire en Triangle tel Polygone que l'on voudra, parce qu'on le peut toujours réduire en une figure d'autant de côtez moins un, & cette autre figure en une autre d'autant de côtez moins un, & continuer ainsi jusques au Triangle. Comme icy de la figure de cinq côtez ABCDE, nous en avons fait une de quatre AEDF, & de celle-cy une de trois AEG.

P R O B L E M E II.

Diviser un Polygone regulier en deux également , par une Ligne parallele à l'un de ses côtez.

P Remierement si le Polygone regulier est pair, comme l'Exagone ABCDEF, & qu'on le veuille diviser en deux éga-



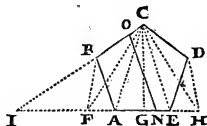
lement par une Ligne parallele au côté donné AB , on tirera cette Ligne par les deux Angles F, C, qui sont diametralement opposez & également éloignez du côté donné AB. La démonstration en est trop claire pour en parler icy davantage.

Mais si le Polygone proposé est impair, comme le Pentagone ABCDE, on le divisera en deux également par une Ligne parallele au côté donné AB, par une methode

184 DES POLYGOUES.

methode qui convient à toutes sortes de Polygones, comme vous allez voir.

Ayant reduit par le Lemme precedent, le Pentagone proposé $ABCDE$, au Triangle FCH , comme icy, par le moyen des deux Lignes BF , DH , paralleles aux deux Diagonales CA , CE ; divisez la base FH en deux également, au point G , & menez la droite CG , pour avoir le Triangle FCG égal à la moitié du



Triangle FCH , ou du Pentagone proposé $ABCDE$. Tirez ensuite par le point C , au côté donné AB , une Ligne parallele, qui se trouve icy la même que la Diagonale CE , parce que le Pentagone proposé $ABCDE$ est regulier. Ainsi cette parallele donnera sur le côté AE , prolongé quand il en sera besoin, le point E ; & le côté BC , prolongé, donnera sur le même côté AE , aussi prolongé, le

CHAPITRE III. 185

le point I. C'est pourquoy vous chercherez entre les Lignes IE, IG, une moyenne proportionnelle IN; & vous tirerez par le point N, au côté donné AB, la parallele NO, qui divisera le Pentagone proposé ABCDE, en deux parties égales.

DEMONSTRATION.

Car à cause des Triangles semblables ICE, ION, on connoît par 19. 6. que la raison du Triangle ICE, au Triangle ION, est égale à celle du quarré IE, au quarré IN; & si à la place des deux quarrés IE, IN, on met les deux Lignes IE, IG, qui sont en même raison, à cause des trois proportionnelles IE, IN, IG, & encore si à la place des deux Lignes IE, IG, on met les deux Triangles ICE, ICG, qui sont en même raison par 1. 6. on connoîtra que la raison du Triangle ICE, au Triangle ION, est égale à celle du Triangle ICE, au Triangle ICG, & que par conséquent le Triangle ICG est égal au Triangle ION; & si de chacun on ôte le Triangle commun IBA, il restera le Trapeze ABCG, égal au Trapeze ABON,

ABON, c'est à dire au Triangle FCG, ou à la moitié du Pentagone proposé ABCDE.

PROBLEME III.

Diviser un Polygone regulier en quatre parties égales, par deux Lignes perpendiculaires entr'elles.

PRemierement si le Polygone regulier est pair, comme l'Exagone ABCDEF, divisez deux de ses côtez opposez & paralleles, comme AB, DE, chacun en deux également, aux points G, H, &



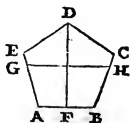
menez la droite GH, & le Diametre CF. Il est évident que ces deux Lignes CF, GH, sont perpendiculaires entr'elles, & qu'elles divisent l'Exagone proposé ABCDEF, en quatre parties égales.

Mais

CHAPITRE III. 187

Mais si le Polygone proposé est impair, comme le Pentagone ABCDE, divisez l'un de ses côtez, comme AB, en deux également, au point F, par lequel vous tirerez à l'Angle opposé D, la droite DF, qui sera perpendiculaire au même côté AB, & divisera le Pentagone proposé ABCDE en deux parties égales.

Après cela divisez par le Probleme II. le même Pentagone ABCDE en deux également par la droite GH, parallèle



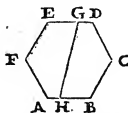
au même côté AB; ce qui fera que cette parallèle GH sera perpendiculaire à la Ligne DF, & que ces deux perpendiculaires DF, GH, diviseront le Pentagone proposé ABCDE, en quatre parties égales.

PRO-

PROBLEME IV.

Diviser un Polygone regulier en deux également, par une Ligne tirée d'un point donné sur l'un de ses côtez.

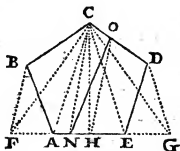
PRemierement si le Polygone regulier est pair, comme l'Exagone ABCDEF, & qu'il le faille diviser en deux également par une Ligne tirée du point don-



né G, sur le côté DE: prenez sur le côté parallele AB, depuis l'Angle A opposé à l'Angle D, la Ligne AH égale à la Ligne DG, ou depuis l'Angle B opposé à l'Angle E, la Ligne BH égale à la Ligne EG, & menez la droite GH, qui divisera le Polygone proposé ABCDEF, en deux parties égales, comme il est aisé à démontrer.

Mais

Mais si le Polygone proposé est impair, comme le Pentagone $ABCDE$, & qu'on le veuille diviser en deux également par une Ligne tirée du point



donné O, sur le côté donné CD, suivez cette regle generale pour toutes sortes de Polygones.

Ayant reduit le Pentagone proposé $ABCDE$, au Triangle FCG , & ayant divisé sa base FG , en deux également au point H, tirez les Lignes HC , HO , & à la Ligne HO la parallele CN , qui donnera sur la base AE , le point N, par où tirant au point donné O, la droite NO , elle divisera le Polygone proposé $ABCDE$, en deux parties égales.

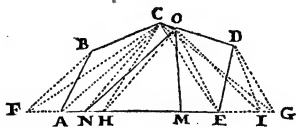
DEMONSTRATION.

Car il est évident que le Pentagone $ABCON$, est égal au Triangle FCH , à cause de la Ligne OH , parallèle à la Diagonale CN , & de la Ligne BF parallèle à l'autre Diagonale CA : & parce que le Triangle FCH , est la moitié du Triangle FCG , ou du Pentagone proposé $ABCDE$, il s'ensuit que le Pentagone $ABCON$ est aussi la moitié du proposé $ABCDE$, & qu'ainsi le Pentagone proposé $ABCDE$ est divisé en deux également par la droite NO . Ce qu'il falloit faire & démontrer.

PROBLEME V.

Diviser le Polygone donné ABCD, en trois parties égales, par deux Lignes tirées du point donné O, sur le côté donné CD.

Ayant réduit le Polygone proposé ABCDE au Triangle FCG, &



ayant fait FH égale au tiers de FG, menez les droites HO, HC, & tirez à la droite HO, par le point C, la parallèle CN, qui donnera sur la base AE, le point N, par lequel & par le point donné O, vous menerez la droite NO.

Après cela réduisez la figure NEDO au Triangle NOI; & ayant divisé la base NI en deux également, au point M, me-

192 DES POLYGONES.

menez par ce point M, au point donné O, la droite OM; laquelle avec la précédente ON, divisera le Polygone proposé ABCDE en trois parties égales.

DEMONSTRATION.

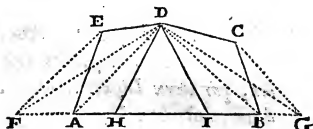
Car on démontrera comme dans le Probleme précédent, que le Pentagone ABCON est le tiers du proposé ABCDE, & que le Triangle NOM est la moitié du Trapeze NEDO. D'où l'on conclud aisément que les deux Lignes OM, ON, divisent le Polygone proposé ABCDE, en trois parties égales. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

P R O.

PROBLEME VI.

Diviser en trois parties égales le Polygone donné ABCDE, par deux Lignes tirées de l'Angle donné D.

Ayant réduit le Polygone proposé ABCDE au Triangle FDG, divisez sa base FG en trois parties égales,



aux points H, I; & menez les deux Lignes DH, DI, qui diviseront le Polygone proposé ABCDE, en trois parties égales.

DEMONSTRATION.

Car on démontrera, comme auparavant, que le Trapeze AEDH, est le tiers du Polygone proposé ABCDE; & comme le Triangle HDI en est aussi le tiers, il s'ensuit que le Polygone proposé ABCDE se trouve divisé en trois parties égales, par les deux Lignes DH, DL. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

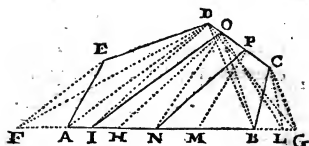
PROBLEME VII.

Diviser le Polygone donné ABCDE, en trois parties égales, par deux Lignes tirées des deux points O, P, donnez sur le côté CD.

Ayant réduit le Polygone proposé ABCDE au Triangle FDG, & ayant fait FH égale au tiers de la base FG, tirez par le point D, à la Ligne HO, la parallele DI, & menez la droite OL. De même ayant réduit le Trapeze IBCO au Triangle IOL, & ayant di-
visé

CHAPITRE III. 195

visé la base IL en deux également, au point M, tirez à la Ligne MP, par le point O, la parallèle ON, & menez la



droite PN; & le Polygone proposé ABCDE se trouvera divisé en trois parties égales, par les deux Lignes OI, PN.

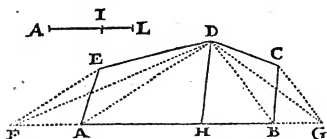
DEMONSTRATION.

Car on démontrera comme dans le Probleme IV. que le Pentagone AEDOI est le tiers du proposé ABCDE, & que le Trapeze IOPN est la moitié du Trapeze IBCO, & par conséquent égal au tiers du Polygone proposé ABCDE; & que par conséquent le Trapeze restant NBGP, est aussi le tiers du même Polygone ABCDE. D'où il suit que ce Polygone ABCDE, est divisé en trois parties égales, par les deux Lignes OI, PN.

PROBLEME VIII.

Diviser le Polygone donné ABCDE, en deux parties, dans la raison des deux Lignes données AI, IL, par une Ligne tirée de l'Angle donné D.

Ayant réduit le Polygone proposé ABCDE, au Triangle FDG, divisez sa base FG dans la raison donnée



AI, IL, au point H, en sorte que les quatre Lignes AI, IL, FH, GH, soient proportionnelles; & menez la droite DH, qui divisera le Polygone proposé ABCDE, en deux parties AEDH, BCDH, proportionnelles aux deux Lignes données AI, IL.

D E-

D E M O N S T R A T I O N.

Car on connoîtra aisément que le Trapeze AEDH est égal au Triangle FDH; & que le Trapeze BCDH, est égal au Triangle GDH: & comme les Triangles FDH, GDH, sont proportionnels aux deux Lignes FH, GH, ou aux deux données AI, IL, il s'ensuit que les deux Trapezes AEDH, BCDH, sont aussi proportionnels aux deux Lignes données AI, IL. Ce qu'il falloit faire & démontrer.

Les Problemes que nous omettons icy, & qui ne peuvent être d'usage, se résoudront facilement, à l'imitation des precedens. C'est pourquoy nous mettrons fin à ce Traité.

F I N.



T R A I T E'
 DE LA
 D I X M E,
 OU DES
 F R A C T I O N S
 D E C I M A L E S.

A V E R T I S S E M E N T.



ON sçait par experience, quelle difficulté il y a dans la pratique ordinaire de cette partie de l'Arithmétique qui regarde les Fractions; & l'on trouve très-peu de gens qui n'en soient aussi-tôt rebutez. On a donc cherché le moyen de se délivrer de cet embarras, & l'on n'a pas eu de peine à le trouver. Voicy ce que c'est :

On suppose premierement que toute Quantité
 en

entiere se divise en 10 parties égales, qui s'appellent *Primes*; & chaque dixième ou *Prime*, encore en 10 parties, qui s'appellent *Secondes*, ce qui fait 100; puis chaque centième ou *Seconde*, en dix parties, qui s'appellent *Tierces*, ce qui fait 1000, & ainsi à l'infini, en procedant toujours de dix en dix, suivant le besoin que l'on peut avoir de ces subdivisions, pour parvenir à une plus grande précision; & cette partie d'Arithmétique s'appelle à cause de cela simplement *Le Dixme*, par Stevin, qui s'en attribue l'invention.

De plus il faut sçavoir que le Signe de l'Entier, est un petit Zero renfermé dans un petit Cercle, ainsi, (0), & se met au dessus de l'Entier ou à côté. Ainsi 3 Toises par exemple, s'exprimeront

(0) par 3, ou 3 (0), c'est à dire 3 Entiers, ou 3 Commencemens. Mais le Signe des Primes est (1); celui des Secondes est (2); des Tierces (3), &c. Ainsi ce Nombre Decimal

(0)(1)(2)(3)(4)
3 8 2 4 5 9, ou simplement 382459 (4).

signifiera 38 Entiers, 2 Primes, 4 Secondes, 5 Tierces, & 9 Quartes; c'est à dire 38 Entiers, & $\frac{2459}{10000}$.

Mais avant que de passer aux Operations, je traiteray premierement de quelques Reductions qui sont necessaires pour les mieux comprendre & les pratiquer.

C H A P I T R E I.

D E S R E D U C T I O N S.

I. R E D U C T I O N.

Reduire une Fraction ordinaire en Fraction Decimale.

1°. Ecrivez à part le Numerateur de la Fraction propolée, & y joignez un Zero.

2°. Divisez ce Nombre, ainsi augmenté, par le Dénominateur de la Fraction-proposée.

3°. Prenez le Quotient de cette Division, & faites en le Num. d'une nouvelle Fraction, prenant 10 pour son Dénominateur: & cette nouvelle Fraction sera égale à la propolée, pourvû que la Division n'ait laissé aucun reste. Mais si cette Division a laissé quelque reste après elle, joignez un second Zero ensuite du premier, & continuez la Division à l'ordinaire, & placez le nouveau chiffre du Quotient ensuite du premier que vous aurez pris pour le Num. de vôtre Fract. Decim. Puis joignez aussi un second Zero au Dénom. de cette Fract. afin d'avoir 100 au lieu de 10.

Que s'il reste encore quelque chose au Dividende, continuez la Division jusqu'à ce qu'il ne reste rien, augmentant à mesure le Num. & le Dénom. de la Fraction Decim, celui-là du nouveau chiffre du Quot. & celui-cy d'un nouveau Zero; après quoy la Fraction Decimale sera égale à la propolée.

Mais si en continuant la Division, on trouve toujours quelque reste, on pourra s'arrêter après la troisième ou quatrième; après quoy ce qui restera étant negligé, n'apportera aucune erreur sensible.

sensible dans l'usage , & surtout si ce reste est moindre que la moitié du Diviseur , & s'il est plus grand , on pourra ajouter une Unité au Numérateur de la Fraction Decimale ; & par ce moyen on ne s'éloignera pas beaucoup de la précision : & l'on en approchera tant que l'on voudra , en continuant encore la Division ; car tant plus on la continuëra , & tant plus la Fraction Decimale sera juste.

I. E X E M P L E.

Soit donnée la Fraction $\frac{3}{5}$ à reduire en Fraction Decimale.

1°. Ecrivez le Numérateur 3 à part , & joignez y un Zero , cela fera 30.

2°. Divisez ce Nombre 30 par le Dénominateur 5 ; le Quotient sera 6.

3°. Au dessous de ce Quotient écrivez 10 , & faites un trait de plume entre-deux , cela fera $\frac{6}{10}$, pour la Fraction Decimale demandée ; laquelle sera précisément égale à la proposée $\frac{3}{5}$, d'autant qu'il n'est rien resté sur la Division.

$$\frac{3}{5} = \frac{20}{8} \left(\frac{6}{10} \right)$$

2. E X E M P L E.

Soit proposé de reduire la Fraction $\frac{3}{4}$ en Fraction Decimale.

1°. Ecrivez le Num. 3 à part , & joignez y un Zero cela fera 30.

2°. Divisez ce Nombre 30 par le Dénominateur 4 ; le Quotient sera 7.

3°. Au dessous de ce Quotient écrivez 10 , avec un trait de plume entre-deux ; cela fera $\frac{7}{10}$, pour une Fraction Decimale , laquelle représente $\frac{3}{4}$; mais d'autant qu'elle s'éloigne trop de la justesse , à cause du reste 2 , qui est demeuré après la Division , lequel représente $\frac{2}{4}$ (ou $\frac{1}{2}$) de $\frac{1}{10}$, ce qui

I 5

fait

fait $\frac{1}{10}$, & qu'ainsi $\frac{7}{10}$ est une Fraction moindre de $\frac{1}{10}$ que $\frac{1}{4}$: D'autant, dis-je, qu'il reste quelque chose sur cette premiere Division, je joins un Zero à ce reste, ce qui fait 20, que je divise encore par 4; le Quotient est 5, sans aucun reste. Ecrivez donc 5 ensuite du Numerateur 7 de la Fraction Decimale, & joignez un Zero à son Dénominateur 10; cela donnera $\frac{75}{100}$ pour la Fraction Decimale, laquelle sera précisément égale à $\frac{1}{4}$, puis qu'il n'est rien resté sur la Division.

$$\begin{array}{r} 3. \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 300 \\ 44 \end{array} \quad \left(\frac{75}{100} \right).$$

3. E X E M P L E.

Soit proposé de reduire $\frac{2}{3}$ en Fraction Decim.

Les Operations suivantes feront connoître que cette Fraction ne se peut reduire en Fraction Decimale, qui luy soit égale précisément, puis qu'il restera toujours quelque chose sur la dernière Division. Mais après la 4. division on aura pourtant $\frac{6666}{10000}$ pour une Fraction Decimale qui approchera assez près de la justesse. Et d'autant que le reste 2 surpasse la moitié du Diviseur 3, on pourra ajouter 1 au Numerateur 6666, afin d'avoir $\frac{6667}{10000}$ au lieu de $\frac{6666}{10000}$.

$$\begin{array}{r} 2. \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2222 \\ 6666 \\ 3333 \end{array} \quad \left(\frac{6666}{10000} \right).$$

I I. R E D U C T I O N.

Reduire une Fraction Decim. en parties Decim.
1°. Prenez le Numerateur de cette Fraction & l'écrivez à part, en le considerant comme un Nombre entier.

2°. Au dessus du dernier chiffre de ce Nombre écrivez son Signe, qui exposera le nombre des
Zero

Zero du Dénominateur de la Fraction proposée.

3°. Au dessus du penultième chiffre de ce même Nombre, écrivez son Signe, moindre de 1 que celui du dernier, & ainsi de suite sur les autres chiffres, en diminuant toujours de 1 le Signe de chacun.

I. E X E M P L E.

Soit proposé de reduire $\frac{75}{100}$ en parties Decimales.

1°. Ecrivez 75 à part.

2°. Sur le 5 mettez son Signe (1), à cause des deux Zero du Dénominateur 100.

3°. Sur le 7 mettez pour Signe (1). Ainsi vous aurez ⁽¹⁾⁽²⁾ 7 5, qui signifient 7 Primes, & 5 Secon-
des, pour la valeur de $\frac{75}{100}$.

$\frac{75}{100}$ ég. à ⁽¹⁾⁽²⁾ 7 5 c'est à dire $\frac{7}{10}$ & $\frac{5}{100}$.

2. E X E M P L E.

Soit proposé de reduire $\frac{6667}{10000}$ en parties Decimales.

En voicy l'Operation, qui est aisée à entendre.

$\frac{6666}{10000}$ ég. à ⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾ 6 6 6 7.

C'est à dire 6 Primes, 6 Secondes, 6 Tierces, & 7 Quartes, ou $\frac{6}{10}$, $\frac{6}{100}$, $\frac{6}{1000}$, & $\frac{7}{10000}$.

III. R E D U C T I O N.

R Eduire une Fraction ordinaire en parties Decimales.

Faites la même chose que dans la 1. Reduction pour ce qui est de la Division. Mais au lieu de former du Quotient une Fraction Decimale, en y souscrivant l'Unité avec des Zero, considerez ce Quotient comme un Nombre entier; & au dessus de chaque chiffre marquez les Signes (1) (2) (3) &c. comme dans la Reduction precedente.

I. E X E M P L E.

Soit proposé de reduire $\frac{3}{5}$ en parties Decimales.

L'Operation seule suffira pour faire entendre la

chose, & l'on trouvera que $\frac{3}{5}$ se reduisent à $\frac{(1)}{6}$.

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{36}{8} \left(\begin{array}{c} (1) \\ 6 \end{array} \right)$$

2. E X E M P L E.

Soit proposé de reduire $\frac{3}{4}$ en parties Decimales.

Voicy l'Operation, elle suffira.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{75}{44} \left(\begin{array}{cc} (1) & (2) \\ 7 & 5 \end{array} \right)$$

3. E X E M P L E.

Qu'il faille reduire $\frac{2}{3}$ en parties Decimales.

Voicy l'Operation, elle suffira.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{6666}{3333} \left(\begin{array}{cccc} (1) & (2) & (3) & (4) \\ 6 & 6 & 6 & 7 \end{array} \right)$$

I V. R E D U C T I O N.

Reduire les parties ordinaires d'une Espece de Quantité en Fraction ordinaire.

1°. Reduisez par la Multiplication toutes les parties à la dénomination des plus petites qui vous sont données, & le Produit sera le Numérateur de votre Fraction.

2°. Reduisez aussi par la Multiplication l'Entier en ces mêmes plus petites parties données, & vous aurez le Dénominateur.

I. E X E M P L E.

Soit proposé de reduire 4 pieds, 8 pouces, 6 lignes, en Fraction ordinaire d'une Toise.

(Il faut d'abord supposer que la Toise se divise en 6 pieds, le pied en 12 pouces, & le pouce en 12 Lignes.)

1°. Re.

1°. Reduisez les 4 pieds en 48 pouces, en multipliant 12 par 4. A ces 48 pouces joignez les 8 pouces proposés, cela fera 56 pouces. Multipliez 56 pouces par 12 (lignes,) vous aurez 672 lignes. A ce nombre joignez les 6 lignes proposées, & vous aurez 678 lignes pour la valeur des parties proposées d'une Toise, à sçavoir 4 pieds, 8 pouces, 6 lignes. Et ce nombre (678) fera le Numérateur de votre Fraction.

2°. Reduisez aussi la Toise en lignes, en multipliant premièrement 6 pieds par 12 (pouces,) cela donnera 72 pouces, qui étant multipliés par 12 (lignes,) donneront enfin 864 lignes, pour la valeur d'une Toise; & ce nombre sera votre Dénominateur: ainsi vous aurez $\frac{678}{864}$ d'une Toise pour la Fraction demandée.

12 pouc.	56 pouc.
4 pieds.	12 lign.
<u>48.</u>	<u>112</u>
8	56.
<u>56</u>	<u>672</u>
	6
	678 lign. pour le Num.

12 pouc.	56 pouc.
4 pieds.	12 lign.
<u>72</u>	<u>144</u>
	72.
	<u>864</u> lign. pour le Dénom.

2. E X E M P L E.

Soit proposé de reduire 10 Onces $6\frac{1}{2}$ gros en Fraction ordinaire. Soyez premièrement averty que la Livre à peser se divise en 16 Onces; & l'Ounce en 8 gros; après quoy

1°. Multipliez 10 Onces par 8 gros; cela fera

10	8
<u>80</u>	

80 gros. Joignez-y les 6 gros proposez, vous aurez 86 gros. Doublez ce Nombre à cause du demi-gros, vous aurez 172 demi-gros; à quoy vous ajouterez 1, cela fera 173 demi-gros, pour les parties proposées de la Livre; & ce sera votre Numerateur.

2°. Reduisez la Livre entiere en demi gros, multipliant 16 Onces par 8 (gros,) & vous aurez 128 gros. Doublez ce Nombre, & vous aurez enfin 256 demi gros, pour la valeur de la Livre; & ce nombre sera votre Dénominateur. Ainsi vous aurez $\frac{173}{256}$ d'une Livre pour la Fraction demandée.

10 Onc.	16 Onc.
<u>8 gros</u>	<u>8 gros</u>
80 gros	128 gros
<u>6</u>	<u>2</u>
86 gros	256 demi-gros pour le Dénominateur.
<u>2</u>	
172 demi-gros	
173 demi-gros pour le Numerateur.	

V. R E D U C T I O N.

Reduire les parties ordinaires d'une Espece de Quantité, en parties Decimales.

1°. Reduisez les parties proposées en Fraction ordinaire par la Reduction precedente.

2°. Reduisez cette Fraction en parties Decimales par la Reduction, & vous aurez vos parties Decimales demandées.

I. E X E M P L E.

Soit proposé de reduire 4 Pieds, 8 pouc. 6 lignes, en parties Decimales.

1°. Reduisez ces parties en Fraction ordinaire par la Reduction precedente; vous trouverez $\frac{271}{364}$ d'une Toise.

2°. Re-

2°. Multipliez ce Nombre retranché , par une des plus hautes parties reduitè aux siennes prochainement moindres. Puis du Produit retranchez aussi autant de chiffres , de la droite à la gauche , que vous en avez retranché du premier Produit ; & ce qui vous restera à la gauche , sera le Nombre des parties moyennes de vôtre Entier ; & ainsi de suite.

I. E X E M P L E.

(1) (2) (3) (4)

Soit proposé de reduire 7 8 4 7 d'une Toise , en Pieds , pouces , & lignes.

1°. Multipliez 7847 par 6. (pieds ,) qui sont les plus hautes parties de la Toise : vous aurez 47082. Puis de ce Nombre retranchez les quatre derniers Chifres , ainsi , 4|7082 ; parce que le dernier signe de vôtre Nombre Decimal est (4) , & il vous restera à gauche 4 , qui feront déjà 4 Pieds.

2°. Multipliez les Chifres retranchez 7082 , par 12. (pouces ,) qui subdivisent immédiatement le Pied ; & vous aurez 84984. Coupez en les quatre derniers chiffres , ainsi , 8|4984 ; & vous aurez à gauche 8 , c'est à dire 8 pouces.

3°. Multipliez le Nombre retranché 4984 , par 12 (lignes ,) qui subdivisent immédiatement le pouce ; & vous aurez 59808. Coupez en les quatre derniers chiffres , ainsi , 5|9808 ; & il vous restera à gauche 5 , qui feront 5 lignes. Mais d'autant que les quatre chiffres retranchez (9808) valent $\frac{9808}{10000}$ d'une Ligne , & que cette Fraction approche de l'Entier , vous ajouterez encore 1 ligne avec les 5 ; & ainsi vous aurez 6 lignes , lesquelles vous joindrez aux 4 Pieds , 8 pouces , afin d'avoir en tout 4 Pieds , 8 pouces 6 lignes , pour la valeur de vos parties Decimales proposées. Voicy les operations.

(1)

2.

$$\begin{array}{r} (1)(2)(3)(4) \\ 7 \ 8 \ 4 \ 7. \end{array} \quad \begin{array}{r} 7847 \\ 6 \text{ Pieds.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Pieds } 4|7082 \\ 12 \text{ Pouces.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4164 \\ 7082. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Pouces } 8|4984 \\ 12 \text{ Lignes.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9968 \\ 4984. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Lignes } 5|9808 \end{array}$$

2. E X E M P L E.

Soit proposé de réduire $\begin{array}{r} (1)(2)(3)(4) \\ 6 \ 7 \ 5 \ 7 \end{array}$ d'une Livre à peser, en parties ordinaires, c'est à dire en Onces & gros.

Multipliez 6757 par 16 (Onces;) vous aurez 108112. Coupez en les quatre derniers chiffres ainsi, 10'8112; il restera à gauche 10, c'est à dire 10 Onces.

2°. Multipliez le reste (8112) par 8 gros; vous aurez 64896. Coupez en les quatre derniers chiffres, ainsi, 6|4896; il vous restera à gauche 6, c'est à dire 6 gros. Et d'autant que le reste (4896) vaut $\frac{4896}{10000}$ d'un gros, c'est à dire presque un demi-gros, vous joindrez ce demi-gros avec les 6; & ainsi vous aurez en tout 10 Onces $6\frac{1}{2}$ gros pour les parties demandées de la livre. Voici les opérations.

$$\begin{array}{r} (1)(2)(3)(4) \\ 6 \ 7 \ 5 \ 7. \end{array} \quad \begin{array}{r} 6757 \\ 16 \text{ Onc.} \\ \hline 40542 \\ 6757. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Onc. } 10|1112 \\ 8 \text{ gros.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Gros. } 6|4896 \end{array}$$

C H A.

C H A P I T R E I I.

D E S O P E R A T I O N S.

A D D I T I O N.

Pour ajouter ensemble plusieurs parties Decimales arrangez les Nombres comme des Entiers, remplissant par des Zero la suite des parties, si elle est interrompue, comme aussi celle de leurs Signes, & disposant les chiffres en sorte que les Signes égaux soient l'un sur l'autre, c'est à dire les Entiers sur les Entiers, les Primes sur les Primes, les Secondes sur les Secondes &c. Puis faites l'Addition à l'ordinaire; & la somme qui en viendra, sera celle qu'il vous faut; à laquelle vous donnerez les mêmes Signes que ceux des Nombres particuliers dont elle est composée.

1. E X E M P L E.

Soit proposé d'ajouter ensemble ces trois Nombres,

(0)(1)(2)(3) (0)(1)(2)(3) (0)(1)(2)(3)
 3 8 4 2 6, 4 1 0 5, 6 3 9 6.

Arrangez ces trois Nombres comme des Entiers, & faites l'Addition à l'ordinaire; & la somme qui en viendra, à sçavoir

(0)(1)(2)(3)
 4 8 9 2 7. sera celle des Nombres proposés.

(0)(1)(2)(3)

3 8 4 2 6

4 1 0 5

6 3 9 6

Somme 4 8 9 2 7 (3)

2. E X E M P L E.

Soit proposé d'ajouter ensemble ces trois Nombres,

(0)(2) (1)(3) (0)(2)
 5 3, 8 2, 4 1 9.

Sup-

DE LA DIXME. 211

Suppléez par des Zero les parties qui manquent,
& remplissez la suite des Signes ; puis ajoutez à l'ordinaire , & vous aurez pour somme

$$\begin{array}{r}
 (0)(1)(2)(3) \quad (0)(1)(2)(3) \\
 46922. \quad 5030 \\
 \quad \quad 802 \\
 \quad \quad 41090- \\
 \hline
 \text{Somme } 46922(3).
 \end{array}$$

3. E X E M P L E.

Soit proposé d'ajouter en semble ces Nombres,

$$\begin{array}{r}
 (0)(1)(2)(3) \quad (0)(3) \quad (0)(1)(3) \\
 3209, \quad 194, \quad 252.
 \end{array}$$

Suppléez les parties & les Signes qui manquent,
puis operez à l'ordinaire , & vous trouverez

$$\begin{array}{r}
 (0)(1)(2)(3) \\
 \text{pour somme } 24715. \\
 (0)(1)(2)(3) \\
 3209 \\
 19004 \\
 2502 \\
 \hline
 \text{Somme } 24715(3).
 \end{array}$$

4. E X E M P L E.

Soit proposé d'ajouter ensemble ces quatre Nombres,

$$\begin{array}{r}
 (0) \quad (0)(3)(4) \quad (3)(4) \quad (0)(1)(4) \\
 26, \quad 316, \quad 42, \quad 783.
 \end{array}$$

Suppléez les parties & les Signes qui manquent ; puis operez à l'ordinaire , & vous trouverez

$$\begin{array}{r}
 (0)(1)(2)(3)(4) \\
 368061 \text{ pour la somme demandée.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (0)(1)(2)(3)(4) \\
 260000 \\
 30016 \\
 \quad 42 \\
 78003 \\
 \hline
 \text{Somme } 368061(4).
 \end{array}$$

S O U-

S O U S T R A C T I O N.

Pour Soustraire un Nombre Decimal d'un autre, on n'aura pas de peine à le faire, apres avoir compris l'Addition. Car il n'y a qu'à supléer les parties & les Signes qui pourroient manquer, & arranger les chiffres enforte que les Signes égaux soient l'un sur l'autre; puis operer à l'ordinaire, comme si c'étoit des Entiers.

I. E X E M P L E.

Soit proposé de soustraire

(0)(1)(2)(3) (0)(1)(2)(3)

6 4 2 9 8 de 8 2 1 0 2.

Faires la Soustraction à l'ordinaire, comme si c'étoit des Entiers; & vous trouverez pour res-

tant : 1 7 8 0 4.

(0)(1)(2)(3).

8 2 1 0 2

6 4 2 9 8

Reste 1 7 8 0 4 (3).

2. E X E M P L E.

Soit proposé de Soustraire.

(0)(2) (0)(1)(3)

2 6 de 8 3 6.

Suppléer les parties qui manquent, comme dans l'Addition; puis soustrayez à l'ordinaire, &

vous trouverez pour restant 6 2 4 6.

(0)(1)(2)(3)

(0)(1)(2)(3)

8 3 0 6

2 0 6 0

6 2 4 6 (3).

3. E X E M P L E.

Soit proposé de soustraire.

(2)(3) (0)(1)

9 3 de 4 8.

Suppléer & soustrayez comme auparavant; & vous

vous trouverez pour restant

$$\begin{array}{r}
 \text{(0)(1)(2)(3)} \\
 4 \quad 7 \quad 0 \quad 7 \\
 \text{(0)(1)(2)(3)} \\
 4 \quad 8 \quad 0 \quad 0 \\
 \quad \quad 9 \quad 3 \\
 \hline
 4 \quad 7 \quad 0 \quad 7 \quad (3)
 \end{array}$$

MULTIPLICATION.

Pour multiplier un Nombre Decimal par un autre, remplissez premicrement la suite des Signes, si elle est interrompuë; puis multipliez à l'ordinaire, comme sur des Nombres entiers. Et le Produit qui viendra, sera celui que vous cherchez.

Mais pour les Signes que vous devez donner à ce Produit, joignez ensemble le dernier Signe du Multiplicande, & le dernier du Multiplicateur; & donnez la somme, ou le tout, pour Signe au dernier chiffre du Produit.

I. E X E M P L E.

Soit proposé de multiplier

$$\begin{array}{r}
 \text{(0)(1)(2)} \qquad \qquad \text{(0)(1)(2)} \\
 3 \quad 9 \quad 8 \quad \text{par} \quad 2 \quad 6 \quad 4.
 \end{array}$$

Multipliez à l'ordinaire, & vous aurez pour

$$\begin{array}{r}
 \text{(0)(1)(2)(3)(4)} \\
 \text{Produit } 10 \quad 5 \quad 0 \quad 7 \quad 2. \\
 \quad \quad 3 \quad 9 \quad 8 \quad (2) \\
 \quad \quad 2 \quad 6 \quad 4 \quad (2) \\
 \hline
 \quad \quad 1 \quad 5 \quad 9 \quad 2 \\
 \quad 2 \quad 3 \quad 8 \quad 8 \quad . \\
 \hline
 \quad 7 \quad 9 \quad 6 \quad . \quad :
 \end{array}$$

Produit 105072 (4).

2. E X E M P L E.

Soit proposé de multiplier

$$\begin{array}{r}
 \text{(0)(2)(3)} \qquad \qquad \text{(1)(2)} \\
 2 \quad 8 \quad 4 \quad \text{par} \quad 1 \quad 2.
 \end{array}$$

Suppléez & multipliez à l'ordinaire; & vous

$$\begin{array}{r}
 \text{(1)(2)(3)(4)(5)} \\
 \text{trouverez pour Produit } 2 \quad 5 \quad 0 \quad 0 \quad 8.
 \end{array}$$

D I V I-

$$\begin{array}{r}
 2084 \text{ (3)} \\
 12 \text{ (2)} \\
 \hline
 4168 \\
 2084 \cdot \\
 \hline
 \text{Produit } 25008 \text{ (5).}
 \end{array}$$

D I V I S I O N.

POur diviser un Nombre Decimal par un autre, suppléez & divisez à l'ordinaire; puis au dernier chiffre du Quotient qui viendra, donnez pour Signe la difference des derniers Signes du Dividende & du Diviseur, & vous aurez le Quotient demandé.

Que si le dernier Signe du Diviseur excède celui du Dividende, joignez un Zero, ou plus, au Dividende, afin d'égaliser son dernier Signe à celui du Diviseur. Puis divisez à l'ordinaire; & le Quotient fera celui que vous cherchez. Et pour trouver le Signe de son dernier chiffre, soustrayez à l'ordinaire le dernier Signe du Diviseur du dernier Signe du Dividende; & ce qui restera, sera aussi pour le dernier Signe du Quotient.

Enfin s'il restoit quelque chose au Dividende après la Division faite, joignez y plusieurs Zero de suite, & augmentez les Signes dans leur suite naturelle, afin d'avoir un Quotient plus précis; car tant plus vous ajouterez de Zero, & plus votre Quotient approchera de la précision.

I. E X E M P L E.

Soit proposé de diviser

$$\begin{array}{r}
 (0)(1)(2)(3)(4) \qquad (0)(1)(2) \\
 105072 \text{ par } 398.
 \end{array}$$

Divisez à l'ordinaire, & vous trouverez pour

$$\begin{array}{r}
 (0)(1)(2) \\
 \text{Quotient } 264.
 \end{array}$$

2. E X E M-

$$\begin{array}{r}
 80 \\
 27400 \\
 708072(4) \\
 \hline
 30888(3) \\
 300
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 (0)(1)(2) \\
 264.
 \end{array}$$

2. E X E M P L E.

Soit proposé de diviser

$$\begin{array}{ccc}
 (1)(2)(5) & & (0)(2)(3) \\
 258 & \text{par} & 284.
 \end{array}$$

Suppléez & divisez à l'ordinaire, & vous trouverez pour Quotient $\begin{array}{c} (1)(2) \\ 12. \end{array}$

$$\begin{array}{r}
 470 \\
 28008(5) \\
 \hline
 20844(3) \\
 208
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 (1)(2) \\
 12.
 \end{array}$$

3. E X E M P L E.

Soit proposé de diviser

$$\begin{array}{ccc}
 (0)(1)(2)(3) & & (1)(2)(3) \\
 35856 & \text{par} & 664.
 \end{array}$$

Divisez à l'ordinaire, & vous trouverez pour

Quotient 54, c'est à dire 54 Entiers; où l'on a (0) pour le Signe du dernier chiffre, d'autant que (3) moins (3) fait (0).

$$\begin{array}{r}
 20 \\
 28880(3) \\
 \hline
 6644(3) \\
 66
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 (0) \\
 54.
 \end{array}$$

4. E X E M P L E.

Soit proposé de diviser

$$\begin{array}{ccc}
 (0)(1)(2) & & (1)(2)(3) \\
 231 & \text{par} & 385.
 \end{array}$$

Joignez premierement un Zero au Dividende, afin de rendre son dernier Signe au moins égal au dernier Signe du Diviseur. Vous aurez donc

$$\begin{array}{l}
 (0) \\
 2
 \end{array}$$

216 T R A I T E' &c.

(0)(1)(2)(3) (1)(2)(3)
 2 3 1 0 à diviser par 3 8 5. Et faisant la division à l'ordinaire, vous trouverez pour Quotient 6.

$$\begin{array}{r} 2310(3) \\ 385(3) \end{array} \quad \begin{array}{l} (0) \\ 6. \end{array}$$

5. E X E M P L E.

Soit proposé de diviser

$$\begin{array}{r} (0)(1)(2)(3) \\ 4701 \end{array} \quad \begin{array}{r} (1)(2)(3) \\ \text{par } 945. \end{array}$$

Divisez d'abord à l'ordinaire; & d'autant qu'il restera quelque chose au Dividende, joignez trois ou quatre Zero à ce reste, & continuez la Division: & vous trouverez pour Quotient (0)(1)(2)(3) (0)(1)(2)(3)
 4974, ou 4975, y ajoutant 1, parce que le reste 570 est plus grand que la moitié de 945, qui est le Diviseur.

$$\begin{array}{r} (5) \\ 443(7) \\ 82888 \\ 44310(6) \\ 88888(3) \\ 444 \\ 88 \end{array} \quad \begin{array}{l} (0)(1)(2)(3) \\ 4974. \end{array}$$

Comme les Extractions des Racines ne sont que de vraies Divisions, où le Diviseur est inconnu, & doit être égal au Quotient: si l'on a bien compris les Regles de la Division ordinaire, on n'aura pas de peine à les appliquer aux Extractions des Racines. Car il n'y a qu'à operer à l'ordinaire, & donner pour dernier Signe à votre Racine, la moitié de celui du Nombre proposé. Ainsi vous trouverez, par exemple que la Racine quarrée de (0)(1)(2) (0)(1)
 1444, est 38. Et la Racine Cubique de (0)(1)(2)(3) (0)(1)
 13824, est 24.

F I N.











